

CORSO DI FORMAZIONE PER

Ispettore Metrico

Teoria della misura

Marco Dell'Isola, Giorgio Ficco, Andrea Frattolillo e Paolo Vigo

Sommario

Introduzione	i
Capitolo 1	1
1. La misura delle grandezze fisiche	1
1.1 Il significato fisico della misura	1
1.2 La Catena di Misura	7
1.3 Il Sistema Internazionale	12
1.4 Il Sistema Nazionale di Taratura	20
1.5 Gli Organismi Metrologici	23
Capitolo 2	27
2. L'incertezza di misura	27
2.1. Errori ed incertezze di misura	27
2.2. Cause di errore e loro classificazione: errori sistematici ed accidentali	31
2.3. Stima dell'incertezza di misura: incertezze di tipo A e B	38
2.4. La propagazione delle incertezze	46
2.5. Errore massimo tollerato ed incertezza di misura	50
Capitolo 3	54
3. Le Proprietà degli strumenti di misura	54
3.1. La caratterizzazione statica degli strumenti di misura	54
3.2. La caratterizzazione dinamica degli strumenti di misura	67
3.3. La gestione degli strumenti di misura	75
3.4. La gestione dei laboratori di misura	83
Appendice A	84
A. Modelli probabilistici e statistici per le misure	84
A.1 Frequenza e probabilità	85

A.2 Media, varianza e scarto tipo	87
A.3 Campionamento ed inferenza	89
A.4 Distribuzione di probabilità gaussiana	91
A.5 Distribuzione gaussiana standardizzata	94
A.6 Distribuzione gaussiana cumulata e funzione di errore	95
A.7 Distribuzione t di Student	97
A.8 Distribuzione rettangolare e triangolare	98
A.9 Distribuzione delle medie e delle varianze campionarie	99
Riferimenti normativi e legislativi	0
Bibliografia	1

Introduzione

Quando abbiamo iniziato a parlare di un testo di base di teoria della misura, propedeutico alla preparazione degli Ispettori Metrici, non pensavamo ad un'opera così impegnativa. Infatti, l'esperienza maturata in numerosi anni di insegnamento universitario ci induceva a credere che quest'opera, sebbene non si riducesse ad un semplice “ritaglio” di una trattazione più complessa quale quella universitaria, fosse comunque riconducibile ad una semplificazione delle problematiche metrologiche.

I corsi realizzati sino ad oggi e la iterativa modifica delle dispense originali hanno cambiato la nostra opinione. Questo ci ha spinti a rivedere dalla base alcune parti già scritte sia per la diversa ottica in cui deve porsi uno specialista delle misure legali, sia per l'approccio operativo che lo stesso deve maturare.

La misura legale deve, infatti, essere finalizzata più che ad una ricerca dell'ottimo (che sempre rincorre il metrologo), ad una realistica comprensione delle possibilità di frode, del rapporto tra l'incertezza della misura e l'errore massimo tollerato da uno strumento e non ultima alla necessità di verificare periodicamente il parco di strumenti di cui dispongono gli utenti metrici.

La figura del “verificatore dei pesi e delle misure” è, a detta di molti, la seconda professione più antica del mondo. Garante della fede pubblica e dello Stato, questa figura è presente nella storia ed anche nella letteratura. Ovviamente, il “verificatore” ha dovuto via via aggiornarsi ai tempi passando da ispettore dei pesi e delle misure a garante di un mercato armonico, che consenta agli utenti ed ai venditori di vivere in un mercato globale. In questa realtà, al fine di garantire a tutti la partecipazione, è necessario non più verificare i singoli, ma controllare a campione la veridicità delle garanzie vantate dai costruttori ed il mantenimento di esse in campo a garanzia degli utenti. In quest'ottica si inquadrano le recenti novità legislative italiane che, nel trasferire le competenze dello Stato centrale alle periferie (nel caso di specie alle C.C.I.A.A.) e poi, in parte, ai Laboratori ed Organismi accreditati hanno voluto riconoscere alla metrologia legale una valenza territoriale spinta.

Il passaggio delle competenze da Ministero a C.C.I.A.A. e poi ai Laboratori/Organismi risponde, infatti, non solo ad una logica di snellimento dei poteri centrali ma soprattutto, ed in maniera moderna ed attuale, ad un modello di “concertazione federalista”, che può essere senza dubbio una chiave di sviluppo e rilancio territoriale. Infatti, le C.C.I.A.A. e la rete dei Laboratori ed Organismi accreditati, essendo più vicini al territorio e dovendo rispondere direttamente ad esso delle loro azioni di armonizzazione dei mercati e di garanzia degli utenti, possono risultare più efficaci del sistema centrale nel governare le azioni di verifica e controllo metrologico ad essi assegnate.

In questa nuova ottica gli Uffici Metrici delle C.C.I.A.A. devono essere a tutti gli effetti i terminali territoriali di un mondo complesso, quello della metrologia, che ha regole rigide e codificate, convergenti in un'unica affermazione: “la realizzabilità, per ciascuna misurazione, della riferibilità metrologica, catena ininterrotta di confronti con campioni di misura, a loro volta riconducibili ai campioni nazionali ed internazionali del Sistema SI”. Tale condizione, se realizzata, sarebbe la premessa di un vero e proprio processo di globalizzazione dei mercati.

A questo punto va, una volta per tutte, sconfessata la spesso vantata separazione/distinzione tra metrologia scientifica e metrologia legale. Esse sono invece parte di un unico sistema, che ha uguali e consolidate basi scientifiche, con regole, solo all'apparenza diverse, ma sempre riconducibili alla realizzazione della riferibilità delle misure, e al mutuo riconoscimento dei campioni, necessarie premesse alla conclamata validità universale delle misure SI.

Quanto affermato significa che agli Uffici Metrici va garantita una dotazione materiale ed immateriale (si intende ovviamente di uomini e strumenti), necessaria a recitare un ruolo da protagonisti territoriali un ruolo nel mondo della metrologia.

Il personale degli Uffici Metrici dovrà, infatti, esprimere sempre più un ruolo di verificatore del rispetto di norme tecniche, a valenza nazionale ed internazionale, e dovrà in questo non solo avere un bagaglio culturale adeguato, ma anche interagire con un sistema di Laboratori ed Organismi (di ispezione e di certificazione) governati sia dalle regole della metrologia sia, sinergicamente, da quelle dei sistemi di qualità e certificazione.

In un'ottica di prospettiva appare evidente che il ruolo degli Uffici Metrici vada completamente adeguato alle dinamiche in atto e che questi, per poter verificare il rispetto di norme tecniche a valenza internazionale, nonché la valenza di sistemi di produzione di strumenti in regime di garanzia di qualità (si pensi alla dichiarazione di conformità metrologica), debbano possedere un'approfondita conoscenza del sistema normativo. Tutto ciò è funzionale alla verifica delle prestazioni metrologiche degli strumenti metrici dichiarati conformi, nonché al controllo delle “vantate” garanzie produttive, seppure a campione, servendosi ovviamente anche degli Organismi notificati terzi.

Questo testo, in cui sono trattati i fondamenti della metrologia, rappresenta quindi il primo tassello per la conoscenza di questo complesso scenario, in quanto tenta di fornire in modo sintetico le chiavi di lettura per la comprensione del linguaggio metrologico ed i rudimenti della teoria della misura. Pertanto, il testo fornisce agli allievi un sintetico programma ed un glossario di termini più tipici della metrologia e, inoltre, una metodologia comune da applicare nella loro professione di verificatori metrici.

Gli autori intendono infine ricordare il Prof. Luigi Crovini, le cui discussioni sulla statistica e sull'incertezza di misura hanno sicuramente lasciato traccia anche in questo scritto.

1. La misura delle grandezze fisiche

“...io spesso affermo che, quando voi potete misurare ed esprimere in numeri ciò di cui state parlando, solo allora sapete esprimere qualcosa di esso; ma quando non vi è possibile esprimere numericamente l’oggetto della vostra indagine, allora la vostra conoscenza è scarsa ed insoddisfacente. Questo può rappresentare solo l’inizio della conoscenza, ma nelle vostre menti voi avete a malapena fatto qualche progresso verso la Scienza, qualunque sia l’argomento...”

Lord Kehin

1.1 Il significato fisico della misura

È sicuramente cosa ardua definire in modo sintetico il significato della parola “misura” o “misurazione”, anche perché diversi sono i motivi o le finalità per cui si effettua una misura.

La misurazione è, certamente, nata per quantificare i contenuti degli scambi commerciali, ma a questa necessità primaria si è presto aggiunto il desiderio, connaturato nell'uomo, di conoscere le leggi

che governano il mondo fisico, definendo per il tramite di misurazioni le proprietà dei materiali e verificando le leggi descrittive della fisica.

L'evoluzione tecnologica ha poi reso disponibile un sempre più elevato numero di sensori di misura delle più diversificate grandezze le cui misure non sono più connesse alle sole esigenze primarie di cui sopra (commercio o scienza), ma permettono di controllare, monitorare e verificare i valori assunti da grandezze fisiche. La conoscenza quantitativa di queste ultime consente di aumentare le interazioni tra l'uomo e l'universo e, di conseguenza, di aumentare la sua capacità di governo del sistema tramite sensori asserviti a sistemi di controllo, monitoraggio, allarme.

Evidentemente, mentre l'operazione di misura non presenta radicali differenze se la sua finalità è di tipo scientifico e/o commerciale, in quanto entrambe mirate alla definizione del *quantum*, nel caso invece di misure per i sistemi di controllo, la veridicità del valore diventa caratteristica secondaria rispetto alla ripetibilità del valore a parità del misurando. A seconda delle diverse finalità di una misura, le norme di riferimento ed i relativi organismi sono differenti nel caso che si parli di metrologia legale (connessa alle transazioni commerciali), di metrologia scientifica (connessa alla determinazione di modelli fisici), o di metrologia industriale (connessa alle necessità di collaudo finale dei prodotti e di regolazione e controllo dei processi).

Possiamo definire la *misurazione* il procedimento che permette di ottenere la descrizione quantitativa di una grandezza fisica. Questo processo, apparentemente semplice, presuppone sempre:

- l'elaborazione di un “modello” descrittivo del “misurando”, mediante la sua definizione e la formalizzazione di relazioni fisiche tra la grandezza misurata e altre grandezze;
- la formalizzazione di una “scala di misura”, che consenta di riconoscere una relazione d'ordine tra i diversi valori che il misurando può assumere.

Il processo di misurazione produce, dunque, un'informazione quantitativa, ovvero un valore numerico definito come *misura*.

Data la complessità del processo di misurazione, un semplice numero non può esaurientemente definire l'intero risultato. È necessario, infatti, associare gli elementi al valore numerico: l'identificazione univoca del *misurando* (mediante l'elaborazione del

modello descrittivo del misurando), la *scala* di misura utilizzata (mediante l'indicazione dell'unità di misura), e soprattutto, la *qualità* della misura (mediante l'indicazione dell'incertezza di misura).

La misura può e deve essere, pertanto, espressa sulla base della relazione:

$$X = (x \pm U) g_x \quad (1)$$

avendo indicato con X la generica grandezza di misura, con x il risultato della misura, con U l'incertezza estesa di misura ed infine con g_x l'unità di misura.

Ad esempio, la misura del diametro di un albero di trasmissione del moto presuppone l'elaborazione di un modello geometrico (in un albero cilindrico a sezione retta circolare ad asse rettilineo: la distanza tra due generatrici opposte è uguale al diametro del cilindro), la definizione di una scala di lunghezza, la stima della qualità della misura.

Le unità di misura delle grandezze fisiche g_x sono definite tramite un sistema internamente coerente in cui, scelto in modo univoco un numero limitato di *unità fondamentali* e/o di *costanti universali*, le rimanenti *unità derivate* si ottengono mediante la definizione della specifica grandezza fisica a partire da quelle fondamentali.

Tale sistema, in seguito definito Sistema Internazionale (SI), è l'unico sistema di misura universalmente riconosciuto dalla collettività scientifica internazionale ed è stato ufficialmente adottato dalla Comunità Europea, e quindi dall'Italia, anche per tutte le transazioni di interesse economico e sociale, nel settore della sanità e della sicurezza pubblica, nonché negli atti amministrativi.

Sebbene la relazione (1) sia sempre applicabile per esprimere una misura, il processo attraverso il quale si perviene ad un risultato di misura è talvolta molto complesso e, come si vedrà nel seguito, necessita di più misurazioni.

In particolare, una misura può essere ottenuta sia in maniera *diretta*, per confronto diretto con l'unità di misura ed i suoi multipli o sottomultipli (le misure di massa tramite bilance o quelle di lunghezza mediante il calibro), sia, e più diffusamente, in maniera *indiretta*, mediante l'applicazione di leggi fisiche che legano la grandezza incognita ad altre misurabili direttamente (misura della velocità dalla misura di spazio e tempo, $v = s/t$).

L'enorme diffusione dei trasduttori (elementi di misura che trasducono il segnale di ingresso in un segnale, in genere, di tipo elettrico), ha prodotto un'estensione del concetto di misura diretta anche a misure in cui la grandezza (misurata mediante una o più trasduzioni), viene direttamente ottenuta secondo una legge di trasduzione nota e costante nel tempo (denominata funzione caratteristica).

Nel caso di trasduttori è possibile definire più genericamente, come *misura diretta*, la misura nella quale non è necessario conoscere esplicitamente nessun'altra grandezza al di fuori di quella letta dallo strumento di misura; come *misura indiretta*, invece, la misura nella quale si perviene al risultato mediante relazioni di calcolo che presuppongono una misura diretta di due o più parametri.

Possono essere definite, pertanto, misure dirette:

- la misura di lunghezza mediante un'asta graduata;
- la misura della massa mediante una bilancia a molla (misura ottenuta tramite la correlazione lineare esistente tra carico e deformazione, in un elemento elastico);
- la misura della temperatura mediante un termometro a resistenza (misura ottenuta tramite la legge fisica che lega la resistenza elettrica di un metallo alla temperatura, $R=R(T)$).

Possono essere definite, invece, misure indirette:

- la misura della potenza termica, fornita mediante un fluido termovettore ed ottenuta mediante un bilancio di prima legge (i.e. applicando il principio di conservazione dell'energia), tra l'ingresso e l'uscita del fluido nelle tubazioni del circuito idraulico;
- la misura del rendimento di un impianto termico, mediante il rapporto tra la potenza meccanica (o elettrica) ottenuta e quella termica (o chimica) fornita;
- la misura della potenza elettrica in un impianto elettrico, mediante la misura della corrente e della tensione.

Le misure dello stesso misurando condotte da diversi operatori con diversi strumenti e metodologie, e in diversi tempi e luoghi, non devono risultare necessariamente uguali, ma devono essere comunque compatibili. Due misure si definiscono *compatibili*

quando presentino almeno un elemento della fascia di valori $x \pm U$ in comune (figura 1).

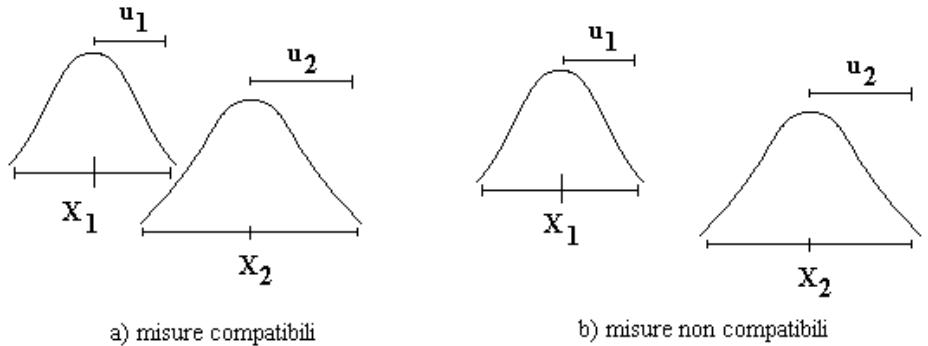


Fig. 1 – Compatibilità delle misure

La compatibilità tra le misure dello stesso misurando è una delle proprietà fondamentali che consente l'intercambiabilità della strumentazione, degli operatori, delle metodologie di misura, ma, soprattutto, consente lo scambio delle merci e dei semilavorati, altrimenti confinati nella loro utilizzazione in un'unica realtà produttiva ed in un unico mercato.

Questa proprietà, apparentemente scontata nella sua applicazione, necessita di una complessa catena che consente di:

- definire univocamente una scala di misura (mediante il Sistema Internazionale);
- realizzare campioni affidabili, attraverso gli Istituti Metrologici Primari (IMP) e gli *audit* - confronti - internazionali;
- disseminare i campioni sul territorio attraverso la rete dei Laboratori di Taratura accreditati in Italia da ACCREDIA);
- tarare o verificare periodicamente la strumentazione di misura (mediante i laboratori di taratura che possiedono, o meglio, realizzano *tarature riferibili* e cioè riconducibili ai valori dei campioni SI mediante una catena ininterrotta di confronti).

Nel seguito, a valle della descrizione del procedimento di misurazione e della relativa catena di misura, verranno approfondite ciascuna delle fasi sopra riportate in modo da comprendere a fondo il significato ed i contenuti necessari alla realizzazione della catena

L A M I S U R A D E L L E G R A N D E Z Z E F I S I C H E

di riferibilità metrologica, condizione che, se rispettata, consente di garantire la compatibilità delle misure.

1.2 La Catena di Misura

Dal punto di vista operativo, il *procedimento di misurazione* è definibile come quell'insieme di operazioni che in un generico sistema, consentono di estrarre, elaborare, trasmettere ed eventualmente registrare i segnali che forniscono informazioni quantitative sul valore della grandezza oggetto della misurazione. Tale definizione è la traduzione operativa di un semplice processo logico sintetizzabile nella rilevazione della grandezza di misura, trattamento e trasformazione dell'informazione, indicazione del risultato della misura. Questo processo è caratteristico di tutti gli strumenti o sistemi di misura (figura 2).

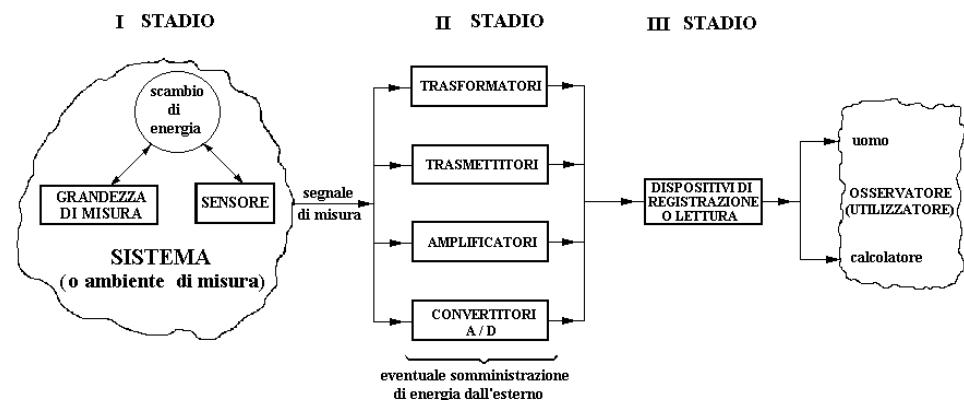


Fig. 2 - *Catena di misura*

Gli strumenti di misura, infatti, sono schematicamente costituiti da tre differenti elementi (o stadi) che rappresentano la *catena di misura*:

- I) gli *elementi sensibili* o *sensori*, il cui ruolo è quello fondamentale di “sentire” la grandezza oggetto della misurazione (misurando), trasformandola in un’altra grandezza fisica (segnale di misura), più idonea alle successive elaborazioni; il segnale di misura può essere della stessa specie o, più frequentemente, di specie diversa rispetto a quella del misurando: solo in questo caso, il sensore può anche definirsi *trasduttore*¹;

¹⁾ È possibile distinguere due tipi di segnali: a) i *segnali analogici*, nei quali i valori della grandezza in uscita dal sensore (sia i valori istantanei sia i valori mediati in un determinato intervallo di tempo), sono i portatori dell'informazione (ad esempio un voltaggio, un angolo di rotazione,

- II) gli *elementi trasformatori/trasmettitori*, il cui ruolo è quello di elaborare il segnale di misura, trasmetterlo all'elemento successivo, eventualmente amplificandolo; tali elementi possono essere di tipo meccanico, elettrico ed ottico, e talvolta richiedono una somministrazione di energia dall'esterno per il loro funzionamento;
- III) gli *elementi rivelatori o indicatori*, il cui ruolo è quello di fornire all'utilizzatore (uomo o calcolatore), il valore numerico della misura espresso in opportune unità di misura².

È opportuno, infine, sottolineare il ruolo fondamentale che compete al sensore nella catena di misura. Ad esso, infatti, è deputato il compito di estrarre dal misurando l'informazione sulla grandezza di misura, generando un segnale che verrà, poi, opportunamente elaborato dai successivi stadi. Mentre questi ultimi hanno in ingresso particolari segnali idonei alle loro caratteristiche, il sensore, invece, riceve in ingresso un segnale strettamente legato alla natura ed alla variazione della grandezza fisica di misura e – sicuramente - influenzato anche da altre grandezze caratteristiche del sistema o presenti nell'ambiente di misura.

In linea teorica il sensore dovrebbe essere “sensibile” al solo misurando ed “indifferente” alle altre grandezze fisiche (di seguito definite *grandezze di influenza*) attinenti al sistema di misura; in altre parole, esso dovrebbe essere “selettivo”. Nella pratica, invece, il sensore genera un segnale che, oltre a contenere informazioni quantitative sul misurando, contiene anche gli effetti che alcune grandezze fisiche, più o meno determinabili, hanno sul sensore stesso (vedi cap. incertezza di misura).

etc.); b) i *segnali digitali*, di natura normalmente binaria, che associano l'informazione ad un insieme di simboli (“digits”), secondo una logica predeterminata.

Va comunque sottolineato che la quasi totalità dei sensori genera un segnale di tipo analogico che solo dopo, nel secondo stadio, tramite opportuni convertitori analogico/digitali (A/D), viene digitalizzato dagli elementi trasformatori.

(?) Anche per i dispositivi di lettura di uno strumento di misura è possibile distinguere tra: a) *dispositivi di lettura analogica*: indice mobile su scala graduata; b) *dispositivi di lettura digitale*: serie di numeri (“digits”) su di un quadrante (“display”).

Tabella I – Esempi di Catena di Misura

Strumento di misura	I stadio	II stadio	III stadio
manometro Bourdon (figura 3a)	Il sensore è il tubo ricurvo incastrato ad un'estremità (tubo di Bourdon) che sotto l'azione della pressione del fluido al suo interno (uguale in ogni punto per il principio di Pascal) tende a svolgersi o a riavvolgersi, determinando così lo spostamento della sua estremità libera.	Il trasformatore/trasmettitore è costituito da un leverismo che trasmette ed amplifica lo spostamento della estremità libera del tubo di Bourdon.	L'elemento rivelatore è l'indice mobile sulla scala graduata, mosso da opportuni ingranaggi, collegati agli elementi del II stadio.
termometro a dilatazione di liquido (figura 3b)	Il sensore è il bulbo di vetro riempito di liquido termometrico (mercurio o alcol) che al variare della temperatura varia il suo volume.	Il trasmettitore/amplificatore è il tubo capillare in cui il liquido termometrico può dilatarsi (il coefficiente di amplificazione è il rapporto tra l'area della sezione del bulbo e quella del capillare). L'uso del capillare consente di trasformare la variazione di volume in una di lunghezza.	L'elemento rivelatore è costituito dal menisco del fluido termometrico, la cui posizione sulla scala graduata è determinata dalla dilatazione del liquido che consente quindi la misura diretta della temperatura.

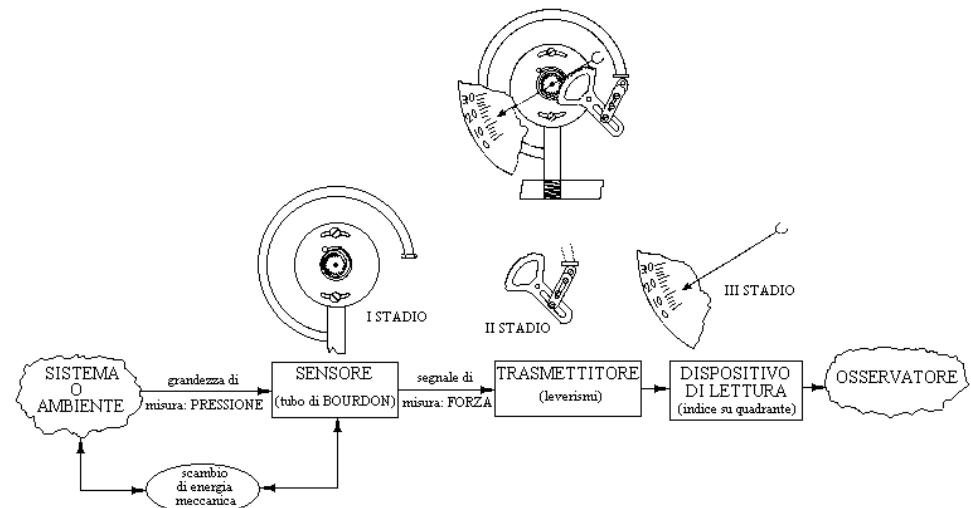


Fig. 3a - Esempio di catena di misura: tubo di Bourdon

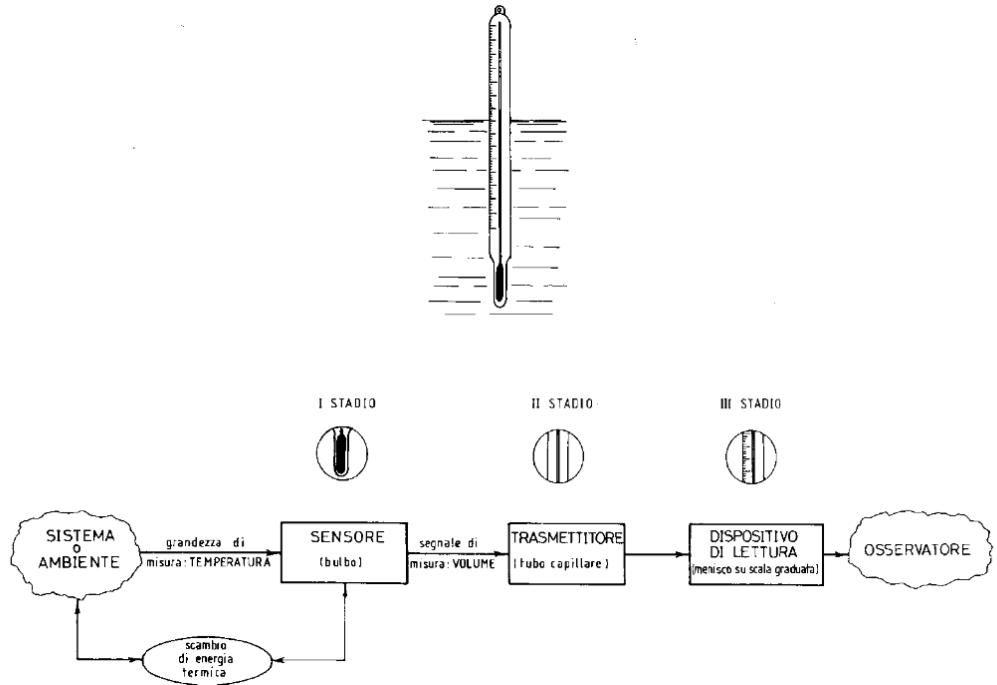


Fig. 3b - Esempio di catena di misura: Termometro a bulbo

I successivi stadi della catena di misura possono anch'essi introdurre, nell'elaborare il segnale di misura generato dal sensore, ulteriori azioni di disturbo più o meno quantificabili, anche se, nella maggior parte dei casi, l'ordine di grandezza di questi ultimi contributi all'incertezza globale della catena di misura è di almeno una volta inferiore rispetto a quello caratteristico del sensore.

Per meglio comprendere l'interazione tra la catena di misura, il misurando, l'ambiente esterno, l'utilizzatore e l'eventuale sistema ausiliario, si consideri lo schema a blocchi in figura 4, da cui emerge che:

- indipendentemente dalla natura della misura l'interazione tra il misurando e lo strumento (ovvero la catena/sistema) di misura è bidirezionale (ciò è connesso alla natura stessa del processo di misura che presuppone uno scambio energetico positivo o negativo e quindi un'alterazione del valore del misurando nel momento stesso della misura);

- questa interazione avviene allo stesso modo con il sistema utilizzatore;
- la catena/sistema di misura non può considerarsi avulso dal contesto ambientale in cui la misura viene effettuata e quindi “sente”, oltre che il misurando, altre grandezze che vengono definite “grandezze di influenza”;
- la necessità di un sistema ausiliario di alimentazione, controllo o regolazione, introduce un’ulteriore variabilità del risultato della misura, i cui effetti sono assimilabili a quelli delle altre grandezze di influenza nella stima della qualità della misura, ovvero dell’incertezza.

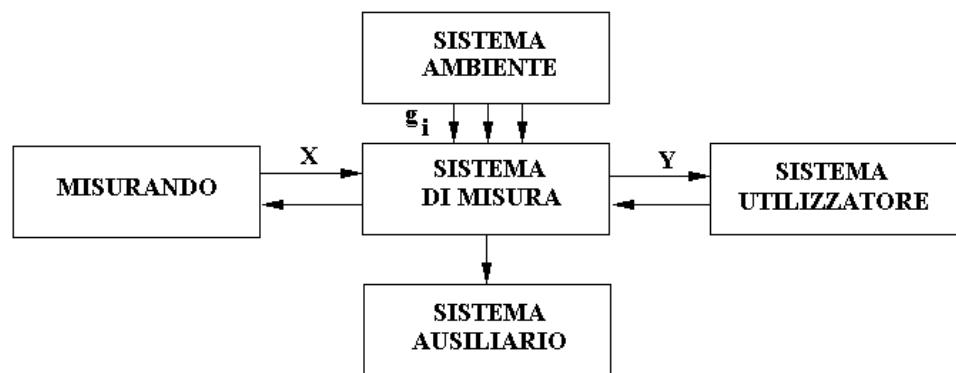


Fig. 4 – Interazioni di un sistema di misura

Tutto ciò introduce la necessità di analizzare la genesi degli errori di misura, al fine di stimare l’incertezza associata ad ogni processo di misurazione, che è poi il parametro che sintetizza macroscopicamente la qualità della misura.

1.3 Il Sistema Internazionale

L'attuale Sistema Internazionale delle Unità di Misura (SI) è la naturale evoluzione del Sistema Tecnico Giorgi (1938) e direttamente del Sistema Metrico Decimale SMD che l'Assemblea Generale di Francia nel 1792 (pochi anni dopo la presa della Bastiglia) adottò come sistema di unità non più antropomorfo (ovvero basato sulle proporzioni del corpo umano), ma basato su unità universali ed immateriali (la condizione di universalità ed immaterialità è soddisfatta ad esempio per la lunghezza dal 1960 e per la massa solo dal maggio 2019).

Il Sistema Metrico Decimale è infatti il sistema adottato da tutti i regni e ducati in Europa per decisione di Napoleone e dei suoi generali (“*le conquiste militari vanno e vengono questo lavoro sulle misure durerà per sempre*” affermava Napoleone).

Nella seconda metà dell'Ottocento, durante la seconda rivoluzione industriale, l'esigenza di un sistema unificato di pesi e misure, maturata in Francia ai tempi della Rivoluzione Francese con l'introduzione del sistema metrico decimale, divenne sempre più evidente. Nel 1867, su sollecitazione degli ambienti scientifici europei, si inizia a discutere di un accordo internazionale. Si ritenne, infatti, che l'unificazione delle misure avrebbe:

- risolto i problemi dovuti alla coesistenza di tante unità di misura diverse,
- facilitato lo scambio di informazioni,
- consentito alle scienze di confrontare i risultati sulla base di un linguaggio comune.

Furono i francesi a prendere l'iniziativa: nel 1869 Napoleone III approva la costituzione di una commissione scientifica internazionale e invita numerosi stati a nominare i propri rappresentanti. L'interesse per l'unificazione si estenderà anche ad alcuni paesi extraeuropei.

Il SI, sebbene abbia le sue radici nell'Illuminismo e nella Rivoluzione Francese, nasce il 20 maggio 1875 quando diciassette nazioni (tra cui l'Italia), facenti parte del Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), firmarono a Parigi la *Convenzione del Metro*, emendata successivamente nel 1921 e ancora oggi attiva. L'attuale

SI rappresenta quindi la versione moderna del Sistema Metrico. fu inizialmente definito ed approvato dalla Conférence Générale des Poids et Mesures (CGPM) nel 1960 e profondamente modificato nell'attuale versione entrata in vigore il 20 maggio 2019.

Il 20 maggio 1875 può essere assunta come data di nascita della metrologia moderna e per questo motivo il 20 maggio di ogni anno è celebrato come “Giornata Mondiale della Metrologia”. La Convenzione del Metro oggi conta sull'adesione di 51 stati membri e di 22 associati e pone le basi dell'organizzazione che tuttora regge la comunità metrologica mondiale. La Convenzione del Metro rappresenta, senza dubbio, il primo caposaldo del mercato unico europeo e oggi del mercato internazionale (il World Trade Organization, WTO). L'adesione al WTO impone a ciascuna Nazione:

- la realizzazione o individuazione di un proprio IMP deputato alla realizzazione, manutenzione e disseminazione dei campioni delle grandezze SI;
- la realizzazione di una catena di riferibilità con tarature (e.g. confronto tra campioni) che garantiscano la proprietà di essere riferiti ai suddetti campioni internazionali attraverso confronti successivi con campioni intermedi di precisione superiore (solitamente nel rispetto del rapporto 1:3).

In Italia, l'adozione del Sistema Metrico Decimale fu deliberata dal Senato del neonato Regno nel 1861 sulla scia di quanto già deciso dal Regno del Piemonte nel 1853. I sistemi di unità di radice antropomorfa (ad es. i cubiti, i piedi, le tese) e duodecimali vennero aboliti. Il processo di condivisione e diffusione del Sistema venne certamente favorito dalla semplicità della organizzazione in multipli e sottomultipli decimali (i sistemi antropomorfi adottavano scale di misura duodecimali). Oggi, la *legge n.302 del 12 agosto 1982* (attuazione della direttiva CEE 80/181 relativa alle unità di misura), stabilisce che “le uniche unità che hanno valore legale sono quelle del SI”.

Un sistema di unità di misura non può essere definito in modo arbitrario, ma dovrebbe rispondere ai requisiti di:

- *assoluzza*: il campione dovrebbe essere scelto sulla base di leggi universali della fisica, ovvero non dovrebbe dipendere dai particolari materiali utilizzati;
- *universalità*: il campione dovrebbe essere accettato da tutti;

- *riproducibilità*: il campione dovrebbe poter essere realizzato in luoghi e tempi diversi senza presentare differenze significative;
- *stabilità*: i campioni del sistema di misura dovrebbero essere stabili, cioè, connessi a fenomeni o grandezze fisiche inalterabili nel tempo;
- *praticità*: le grandezze fondamentali dovrebbero avere un senso fisico immediato e non creare eccessivi problemi pratici di apprendimento e di uso;
- *coerenza*: una qualsiasi unità dovrebbe poter essere espressa mediante un legame del tipo:

$$g_{\text{SI}} = m^\alpha \text{ kg}^\beta \text{ s}^\gamma \text{ A}^\delta \text{ K}^\varepsilon \text{ cd}^\phi \text{ mol}^\gamma$$

nel quale i coefficienti α, β, \dots hanno il valore di zero o di un numero intero, positivo o negativo (nel caso in cui il sistema non sia coerente, non è possibile esprimere qualsiasi grandezza del sistema in funzione delle unità di base, secondo la relazione di cui sopra, se non facendo ricorso ad ulteriori costanti moltiplicative);

- *indipendenza* delle grandezze fondamentali: il sistema di misura dovrebbe essere costituito da un numero k di grandezze fondamentali indipendenti, le restanti grandezze dovrebbero poter essere derivate sulla base delle relazioni fisiche o geometriche esistenti tra tali grandezze (ad es. la lunghezza e l'area non dovrebbero essere scelte entrambe come unità fondamentali);
- *uniformità*: le scale di misura di ciascuna grandezza dovrebbero essere uniformi, cioè, dovrebbe essere possibile ricavare il valore di un qualunque intervallo mediante due letture lungo la scala.

Alle unità di misura di sette grandezze è stato riconosciuto *universalmente* un ruolo di maggiore importanza ed indipendenza e, pertanto, sono state chiamate fondamentali; la scelta di queste unità di misura è puramente arbitraria e risponde a criteri di praticità. A ciascuna di queste grandezze viene associato un campione, in passato spesso di tipo materiale mentre oggi esse sono tutte definite attraverso costanti universali, come stabilito dalla CGPM.

Le sette unità di misura, alle quali per convenzione si è riconosciuto un ruolo “fondamentale”, sono riportate nella tabella II, unitamente ai simboli delle rispettive unità di misura.

Tutte le altre unità di misura, per il criterio di *coerenza*, possono essere espresse con un’opportuna combinazione delle sette fondamentali e, pertanto, possono essere considerate unità *derivate*.

Tab. II – Unità fondamentali del Sistema Internazionale

Grandezza	Nome	Simbolo
Lunghezza	metro	m
Massa	kilogrammo	kg
Tempo	secondo	s
Intensità di corrente elettrica	ampere	A
Temperatura termodinamica	kelvin	K
Intensità luminosa	candela	cd
Quantità di sostanza	mole	mol

Le unità di misura resterebbero comunque vere e proprie “chimere” se accanto alla loro definizione non ve ne fosse una operativa. In altre parole, è necessario per ciascuna unità definire un campione e una scala di misura. Tali definizioni sono riportate in tabella III, sebbene esse siano di interesse esclusivo della metrologia primaria.

Tra le sette unità fondamentali, solo la massa è stata legata fino all’ultima edizione del SI del maggio 2019 ad un prototipo materiale (i.e., un cilindro di platino-iridio la cui massa, per definizione, vale un kilogrammo).

L’auspicio del SI è quello di riuscire a definire i campioni tramite leggi universali per realizzare le condizioni di perennità e di assolutesza. Il 16 novembre 2018 l’ultima Conferenza Generale dei Pesi e delle Misure ha stabilito la ridefinizione di tutte le unità fondamentali a partire dal valore di altrettante costanti fisiche. Il legame con le costanti permette oggi di realizzare campioni più precisi e stabili e riproducibili ovunque (a patto, ovviamente, di disporre della tecnologia adeguata). Come detto, il nuovo SI entra in vigore il 20 maggio 2019, in occasione della Giornata Mondiale della Metrologia

Tab.III – Definizioni delle unità fondamentali e dei relativi campioni (in vigore dal 20 maggio 2019)

Nome	simbolo	Descrizione campione
metro	m	Il metro è la lunghezza del tragitto compiuto dalla luce nel vuoto in un intervallo di $1/299792458$ di secondo. La velocità della luce nel vuoto è pari a $c = 299\ 792\ 458\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
kilogrammo	kg	Il kilogrammo è l'unità di massa; esso viene definito attraverso la costante di Planck $h = 6,626\ 070\ 15 \times 10^{-34}$ espressa nell'unità $\text{J}\cdot\text{s}$, che è uguale a $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$, dove il metro e il secondo sono definiti in termini di c e $\Delta\nu_C$.
secondo	s	Il secondo è la durata di $9\ 192\ 631\ 770$ periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra i due livelli iperfini dello stato fondamentale dell'atomo di cesio 133.
ampere	A	L'ampere è definito attraverso il valore numerico fisso della carica elementare pari a $1.602\ 176\ 634 \times 10^{-19}\ \text{C}$, che è uguale ad $A\cdot s$, dove il secondo è definito in termini di $\Delta\nu_C$.
kelvin	K	Il kelvin viene definito attraverso la costante di Boltzmann $k=1.380\ 649 \times 10^{-23}\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}$, che è uguale a $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$, dove il chilogrammo, metro e il secondo sono definiti in termini di h , c e $\Delta\nu_C$.
candela	cd	La candela è l'intensità luminosa, in una data direzione, di una sorgente che emette una radiazione monocromatica di frequenza 540×10^{12} hertz e la cui intensità energetica in quella direzione è pari a $1/683$ watt per steradiane.
mole	mol	Una mole contiene esattamente $6.022\ 140\ 76 \times 10^{23}$ entità elementari. Questo numero è il valore numerico fisso della costante Avogadro, N_A , quando espresso nell'unità mol^{-1} e viene chiamato il numero di Avogadro

Misurare una qualsiasi grandezza fisica significa confrontarla con un'altra, dimensionalmente omogenea ed assunta come unità campione.

È importante rilevare, inoltre, come ad ogni grandezza fisica corrisponda solo un'unità del SI, eventualmente espressa in forme differenti, ma non è altrettanto vero l'inverso: in alcuni casi la stessa unità del SI può esprimere i valori di diverse grandezze fisiche. Ad esempio, il $[\mathcal{J}/\text{K}]$ è l'unità di misura sia della *capacità termica* che dell'*entropia*. Per questo motivo, specificare sempre l'unità e la relativa grandezza è una regola fondamentale da rispettare non solo per pubblicazioni scientifiche e tecniche, ma anche per gli strumenti

di misura sui quali va sempre indicata l'unità e la grandezza misurata.

Un'unità derivata può essere espressa in forme differenti combinando il nome di unità fondamentali con il nome di unità derivate; ciò è una libertà algebrica, governata dal senso comune e dalla necessità di dover distinguere grandezze differenti aventi le stesse dimensioni (ad esempio la frequenza e la velocità angolare avrebbero le stesse dimensioni, l'inverso del secondo, se espresse in unità fondamentali del SI). In tabella IV sono, pertanto, riportate le unità derivate del SI, espresse in termini sia delle unità fondamentali che di altre unità derivate.

Tab. IV – Unità derivate del Sistema Internazionale

Grandezza derivata	Nome	Simbolo	In unità fondamentali SI	In unità derivate SI
angolo piano	radiane	rad	$m \cdot m^{-1}$	
angolo solido	steradiane	sr	$m^2 \cdot m^{-2}$	
temperatura Celsius	grado Celsius	°C	K	
frequenza	hertz	Hz	s^{-1}	
forza	newton	N	$kg \cdot m \cdot s^{-2}$	
pressione	pascal	Pa	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$	$N \cdot m^{-2}$
energia	joule	J	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$	$N \cdot m$
potenza	watt	W	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$	$J \cdot s^{-1}$
carica elettrica	coulomb	C	$A \cdot s$	
potenziale elettrico	volt	V	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$	$W \cdot A^{-1}$
capacità elettrica	farad	F	$m^2 \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$	$C \cdot V^{-1}$
resistenza elettrica	ohm	Ω	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$	$V \cdot A^{-1}$
conduttanza elettrica	siemens	S	$m^2 \cdot kg^{-1} \cdot s^3 \cdot A^2$	$A \cdot V^{-1}$
flusso induzione magnetica	weber	Wb	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$	$V \cdot s$
induzione magnetica	tesla	T	$kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$	$Wb \cdot m^2$
induttanza e mutua	henry	H	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$	$Wb \cdot A^{-1}$
induttanza				
flusso luminoso	lumen	lm	$m^2 \cdot m^{-2} \cdot cd = cd$	$cd \cdot sr$
illuminamento	lux	lx	$m^2 \cdot m^{-4} cd = m^{-2} cd$	$lm \cdot m^{-2}$
attività (sorg.radioattiva)	becquerel	Bq	s^{-1}	
dose assorbita	gray	Gy	$m^2 \cdot s^{-2}$	$J \cdot kg^{-1}$
equivalente di dose assorb.	sievert	Sv	$m^2 \cdot s^{-2}$	$J \cdot kg^{-1}$

Alcune grandezze derivate sono espresse dal rapporto di due grandezze dello stesso tipo (cioè con la stessa unità) e risultano, pertanto adimensionali (cioè espresse dimensionalmente dal numero 1). Esempi di queste grandezze sono l'indice di rifrazione, la permeabilità relativa, l'angolo piano, l'angolo solido. In alcuni casi, tuttavia, a queste grandezze viene attribuito un nome speciale

(ad esempio il radiante e lo steradiante), per evitare confusione tra grandezze derivate.

I principi generali per la scrittura del numero, del simbolo e dell'unità, esprimenti il risultato di una misurazione, sono stati proposti per la prima volta dalla IX CGPM del 1948; successivamente sono stati recepiti ed elaborati dalla ISO/TC 12 (ISO 31, Grandezze ed unità).

Per una questione di praticità, si è resa necessaria l'introduzione di multipli e sottomultipli decimali, individuati da appositi "prefissi". I prefissi ed i relativi simboli, utilizzati per rappresentare i multipli decimali ed i sottomultipli (da 10^{-12} a 10^{12}) delle unità del SI, sono stati adottati per la prima volta nel IX CGPM del 1960; successivamente (XII-1964, XV-1975 e XIX-1991), i prefissi riconosciuti sono stati estesi a quelli riportati in tabella V.

Tab. V – Prefissi riconosciuti dal SI

Fattore moltiplicativo	Prefisso	Simbolo	Fattore moltiplicativo	Prefisso	Simbolo
10^{24}	yotta	Y	10^{-1}	deci	d
10^{21}	zetta	Z	10^{-2}	centi	c
10^{18}	exa	E	10^{-3}	milli	m
10^{15}	peta	P	10^{-6}	micro	μ
10^{12}	tera	T	10^{-9}	nano	n
10^9	giga	G	10^{-12}	pico	p
10^6	mega	M	10^{-15}	femto	f
10^3	kilo	k	10^{-18}	atto	a
10^2	etto	h	10^{-21}	zepto	z
10^1	deca	da	10^{-24}	yocto	y

Le principali regole da seguire nella scrittura del risultato di una misura richiedono:

- l'utilizzo di un punto a mezz'altezza o di uno spazio per indicare unità derivate ottenute dal prodotto di altre unità (es. $N \cdot m$ o $N \cdot m$);
- l'utilizzo di una barra obliqua, orizzontale o di esponenti negativi per indicare unità derivate ottenute dal rapporto di altre unità (es. m/s o $m \cdot s^{-1}$);
- l'utilizzo delle forme esponenziali per indicare unità derivate ottenute dal rapporto o dal prodotto di altre unità ogni volta che possano generarsi ambiguità (es. $m \cdot s^{-1} \cdot A^{-1}$ e non $m/s \cdot A$);

- l'utilizzo di uno spazio tra numero e unità;
- che non si inserisca alcuno spazio tra prefisso e simbolo della unità;
- che non si usino simboli composti di più prefissi (es. 1 nm, e non 1 m μ m);
- la scrittura per esteso dei prefissi e dei simboli, quando questi non sono accompagnati dal valore numerico, risultato di una misura;
- l'utilizzo dell'iniziale minuscola per le unità caratterizzate da un nome proprio (es. joule, watt, ecc.), ma dell'iniziale maiuscola quando di tali unità si adotti il simbolo (es. J, W, ecc.);
- la scelta del fattore moltiplicativo più opportuno, al fine di ridurre il numero delle cifre significative (es. 3.63 μ m e non 0.00363 mm);
- l'uso del plurale per le sole unità SI: metro, secondo, grammo, candela, radiante, streradiante e relativi multipli.

1.4 Il Sistema Nazionale di Taratura

Come anticipato nel paragrafo precedente, gli strumenti di misura e i campioni usati per la loro taratura devono essere direttamente o indirettamente riferibili attraverso una catena ininterrotta di appropriati "confronti" ai campioni primari definiti dal SI (catena di riferibilità metrologica).

Uno strumento di misura acquisisce la necessaria proprietà di poter eseguire misure riferibili, quando viene sottoposto a taratura e cioè al confronto con un campione o con uno strumento più preciso a sua volta tarato. La catena riportata in figura 5 presenta al suo apice il SI. A garanzia della realizzazione e conservazione dei campioni sono deputati gli Istituti Metrologici Primari (IMP), mentre i Laboratori di Taratura accreditati (LAT) disseminano i campioni verso gli utilizzatori.

A tal proposito, la legge 11 agosto 1991 n. 273 ha istituito in Italia il Sistema Nazionale di Taratura (SNT), costituito dagli IMP e dai Laboratori di Taratura, allo scopo di assicurare la riferibilità dei risultati delle misurazioni ai campioni nazionali del SI (figura 6). In particolare, svolgono le funzioni di realizzazione e conservazione dei campioni nazionali (DM n.591 del 30 novembre 1993, in attuazione art.3 della legge 273/91):

- *INRIM* (Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica con sede a Torino, capitale nazionale della Metrologia) per i campioni relativi al tempo ed alle grandezze elettriche, fotometriche, optometriche, acustiche ed alle grandezze termiche e meccaniche;
- *INMRI-ENEA* (Istituto Nazionale di Metrologia delle Radiazioni Ionizzanti di ENEA Agenzia nazionale per le nuove tecnologie, l'energia e lo sviluppo economico sostenibile presso il Centro Ricerche di Roma-Casaccia), per i campioni relativi alle radiazioni ionizzanti.

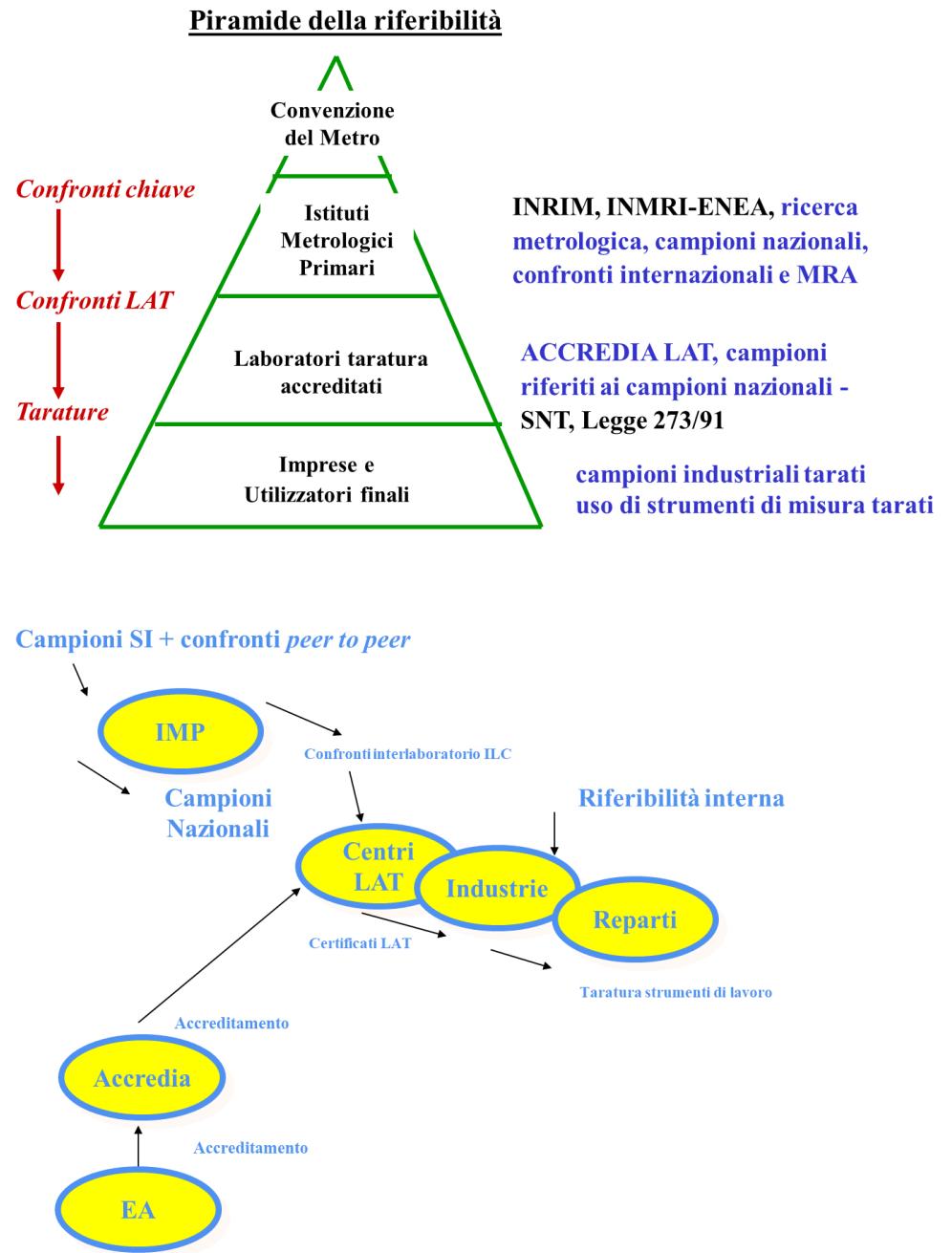


Fig. 5 – Catena di riferibilità.

Il confronto continuo mediante *audit* a livello internazionale e gli accordi multilaterali garantiscono, inoltre, il mutuo riconoscimento dei certificati di taratura in ambiti regionali ed internazionali. Ad esempio, in Europa l'*European co-operation for Accreditation* (EA) è finalizzato, tra le altre cose, alla definizione ed al mantenimento di

un accordo di mutuo riconoscimento sia delle Strutture di Accreditamento di tutti i Paesi membri dell'EA (promuovendone l'accettazione internazionale), sia delle Strutture di Accreditamento internazionali. In Italia, ACCREDIA-DT la Direzione Tarature di ACCREDIA, Ente unico per l'Accreditamento, accredita ai sensi della norma tecnica IEC/ISO 17025 i Laboratori di Taratura (LAT), che sono gli unici laboratori, oltre ai già citati IMP, idonei a rilasciare certificati di taratura riferibili ai campioni nazionali, con lo specifico compito di garantire la disseminazione delle unità di misura. Il già citato accordo di mutuo riconoscimento in ambito EA garantisce la libera circolazione dei certificati di taratura tra gli stati membri.

1.5 Gli Organismi Metrologici

La definizione del SI e la realizzazione di essa mediante il SNT, sebbene indispensabile ai fini della riferibilità, non garantisce che le misure siano effettuate a “regola d’arte” e pertanto non esaurisce le numerose interazioni di enti deputati al controllo e all’armonizzazione delle misure nei diversi ambiti scientifico, tecnico e legale.

Ai fini della comprensione delle complesse interazioni tra i diversi organismi che concorrono alla definizione delle regole tecniche, possiamo evidenziare un ambito normativo, uno tecnico-scientifico ed uno legale (non cogente), ed infine uno amministrativo (cogente). Ciascuno dei quattro ambiti si articola su tre livelli: internazionale, comunitario e nazionale.

Ad ognuno di tali ambiti e livelli corrispondono numerosi Organismi Metrologici, ciascuno con sue prerogative e campi di intervento. In figura 7 viene evidenziata la struttura e le numerose interazioni esistenti tra i diversi Organismi.

Il BIPM (Bureau International des Poids et Mesures) oggi conta 64 stati membri e 37 associati, ha sede a Sèvres in Francia, ed opera sotto la supervisione del Comité International des Poids et Mesures (CIPM), che si riunisce ogni quattro anni per:

- confermare i risultati di nuove scoperte metrologiche ed apportare varie risoluzioni scientifiche di respiro internazionale;
- discutere ed introdurre disposizioni atte alla diffusione ed al miglioramento del SI delle Unità;
- prendere tutte le decisioni di carattere economico, politico ed operativo riguardante il BIPM.

Il CIPM, a sua volta, riconosce l’autorità della CGPM cui rapporta, periodicamente, il lavoro svolto dal BIPM.

I valori delle proprietà, necessarie alla descrizione del mondo fisico circostante, sono strettamente connessi all’accettazione “universale” di alcuni termini, quali ad esempio lunghezza, tempo, massa, pressione, elasticità. Tali proprietà, generalmente chiamate *grandezze*, proprio perché legate ai possibili fenomeni fisici in natura, sono teoricamente infinite. Per maggiore chiarezza in tabella VI si

riporta breve descrizione sintetica degli organismi metrologici sopra introdotti.



Fig. 7 – Organismi Metrologici

Tab. VI – Organismi Metrologici

AMBITO NORMATIVO

ISO - International Organization for Standardization

Promuove lo sviluppo della normalizzazione e delle attività correlate, allo scopo di facilitare lo scambio internazionale di merci e servizi e di sviluppare la cooperazione nei settori delle attività intellettuali, scientifiche, tecnologiche ed economiche.

IEC - International Electrotechnical Commission

Promuove la cooperazione internazionale nelle problematiche di normazione per le grandezze elettriche, elettroniche e le tecnologie correlate.

CEN - European Committee for Standardization

Promuove l'armonizzazione (pianificazione, redazione ed adozione) della normativa tecnica in Europa, insieme con Enti internazionali, in tutti i settori ad eccezione di quello elettrotecnico (di competenza del CENELEC) e del settore delle telecomunicazioni.

CENELEC - Comité Européen de Normalisation

Promuove e predisponde l'insieme coerente delle normative del settore elettrotecnico al fine di garantire l'eliminazione delle frontiere interne al Mercato Comunitario Europeo per le merci elettriche ed elettroniche ed i servizi ad esse connessi.

UNI - Ente Nazionale Italiano di Unificazione

Promuove la diffusione e l'adozione delle norme tecniche unificate in Italia e redige, in assenza di normazione a livello comunitario, la normativa in tutti i settori industriali, commerciali e del terziario, ad esclusione di quello elettrico ed elettrotecnico di competenza del CEI.

CEI - Commissione Elettrotecnica Italiana

Promuove la diffusione e l'adozione della cultura tecnica e della sicurezza nel settore elettrotecnico, elettronico e delle telecomunicazioni. A tale scopo il CEI redige documenti normativi e recepisce le direttive comunitarie ed i documenti armonizzati, coordina, ricerca, sviluppa, comunica e forma in sinergia con le parti coinvolte nel processo normativo.

AMBITO TECNICO SCIENTIFICO

CGPM - General Conference on Weights and Measures

Organizzazione internazionale che ha la responsabilità politica del SI, ovvero di accertarsi che il SI sia ampiamente diffuso e di promuovere le modifiche di quest'ultimo in modo che rifletta gli avanzamenti della scienza e della tecnologia.

CIPM - International Committee for Weights and Measures

Il CIPM ha la responsabilità tecnico-scientifica del SI e risponde direttamente al CGPM. In tal senso esso propone al CGPM le modifiche tecniche al SI per l'approvazione politica e controlla le attività dei laboratori del BIPM.

BIPM - International Bureau of Weights and Measures

Accerta l'unificazione in tutto il mondo delle misure fisiche. Rappresenta l'Istituto internazionale di metrologia che promuove specifiche ricerche in alcuni campi della metrologia e coordina cicli di confronto internazionali.

EA - European Co-operation for Accreditation

Nato nel 2000 dalla fusione di EAC (ente di accreditamento europeo della certificazione) e di EAL (ente di cooperazione europea per accreditamento dei laboratori), si interessa di tutte le attività europee di valutazione di conformità: la certificazione di controllo di taratura e di prova, la certificazione dei sistemi di gestione, la certificazione dei prodotti, la verifica ambientale.

SNT - Sistema Nazionale di Taratura

Istituito con la legge n. 273 del 1991, è costituito dagli Istituti Metrologici Primari e dai Laboratori di Taratura accreditati da ACCREDIA-DT ed ha il compito di assicurare la riferibilità dei risultati delle misurazioni ai campioni nazionali.

AMBITO LEGALE

OIML – International Organization of Legal Metrology

Sviluppa approvazioni di modello e raccomandazioni internazionali sulla metrologia legale. L'OIML lavora in stretta collaborazione con l'ISO e l'IEC, con l'obiettivo di evitare requisiti contraddittori. Conseguentemente, i fornitori e gli utenti di strumenti di misura, i laboratori della prova possono applicare simultaneamente le raccomandazioni dell'OIML ed eventualmente quelle di altre istituzioni.

WELMEC - European Cooperation in Legal Metrology

Il WELMEC, fondato nel 1990, dai rappresentanti di tutti i 18 paesi del EFTA e della CE come impegno delle autorità legali di metrologia ai principi migliori della cooperazione e della coordinazione nel mercato comune. In particolare, sviluppa accordi di riconoscimento reciproco, interpreta ed applica gli indirizzamenti europei al fine di riconoscere lo sviluppo del commercio internazionale di strumenti di misura.

MIMIT - Direzione generale consumatori e mercato

La legge istitutiva del Servizio Nazionale di Taratura (LEGGE n.273/91), e che riconosce come istituti detentori dei campioni nazionali del SI l'IMGC, lo IEN e l'ENEA, istituisce anche il Comitato Centrale Metrico che è l'organo consultivo di consulenza del Ministero Industria Commercio ed Artigianato in campo metrico legale. Oggi le competenze del Comitato Centrale Metrico sono in seno alla Direzione generale consumatori e mercato del Ministero delle Imprese e del Made in Italy (MIMIT).

AMBITO AMMINISTRATIVO

CE - Comunità Europea

In merito alla metrologia legale, in passato la CE emanava direttive eccessivamente rigorose in termini di specifiche tecniche, difficilmente recepibili dagli Stati membri in tempi ragionevoli; la Risoluzione del 7/5/1985 ha stabilito che le direttive dovranno fornire i semplici requisiti minimi di sicurezza per lavoratori e consumatori, per la tutela della salute e dell'ambiente. Secondo tale approccio chi rispetta tali requisiti minimi ha diritto alla Marcatura CE, senza la quale non può introdurre il prodotto sul mercato.

MIMIT – Direzione Generale Consumatori e Mercato, Divisione III. Organismi notificati e sistemi di accreditamento. Strumenti di misura e metalli preziosi

Svolge attività di carattere tecnico-amministrativo sulla conformità degli strumenti di misura, con particolare riguardo all'omologazione nazionale e comunitaria dei modelli e alle certificazioni di prove, al Sistema Internazionale di misure e alla conservazione dei campioni di misura nazionali. Effettua, inoltre, supporto tecnico ed organizzativo al Comitato Centrale Metrico, curando al contempo i rapporti con l'Unione Europea, nonché il contenzioso civile ed amministrativo relativo ai metalli preziosi.

Unioncamere e Uffici Metrici delle Camere di Commercio

L'art. 20 del DL 31/03/98 n. 112 attribuisce alle Camere di Commercio le funzioni esercitate dagli ex Uffici Metrici provinciali e dagli UPICA (uffici provinciali del Ministero dell'Industria), ivi comprese quelle relative ai brevetti ed alla tutela della proprietà industriale.

Gli Uffici Metrici (ex uffici metrici provinciali) afferenti alle Camere di Commercio svolgono attività di controllo e sorveglianza sul territorio in materia di metrologia legale. UNIONCAMERE (Unione italiana delle Camere di commercio, industria, artigianato e agricoltura) garantisce il coordinamento dei suddetti Uffici metrici delle CCIAA.

Capitolo 2

2. L'incertezza di misura

*“... non commettere ingiustizia nelle misure di lunghezza,
nei pesi o nelle misure di capacità. Avrete bilance giuste, pesi
giusti, e fa giusti, bin giusti. Io sono il Signore, vostro Dio,
che vi ho fatto uscire dal paese di Egitto ...”*

Levitico 19, 35-36

2.1. Errori ed incertezze di misura

È esperienza comune che il risultato di misurazioni diverse e ripetute del medesimo misurando non è sempre lo stesso. D'altro canto, è lo stesso processo di misurazione ad “alterare” più o meno significativamente il misurando rendendone impossibile la conoscenza del “valore vero”. L'esistenza di errori nel processo di misura è resa evidente anche dalla ripetizione della misura, sia con il medesimo strumento sia con strumenti diversi.

Il fatto che tutte le misure siano affette da errori e che questi (salvo casi particolari), non siano quantificabili in modo deterministico, non inficia il presupposto di unicità della misura, ma obbliga a stimare ed esprimere unitamente alla misura la “qualità”

della misura stessa, ovvero l'incertezza. Come descritto nel capitolo 1, pertanto, è possibile rappresentare il risultato di una misurazione mediante la relazione (3):

$$X = (x \pm u_c) g_x \quad (1)$$

dove il valore u_c detto *incertezza tipo composta* (la cui stima sarà illustrata in seguito), indica la qualità della misura x e sintetizza sia l'irrealizzabilità di un'esatta conoscenza del valore del misurando, che l'impossibilità di realizzare il processo di misura senza essere influenzati dall'ambiente e dalle imperfezioni tecnologiche e realizzative degli strumenti di misura. La stima di tale incertezza è uno dei problemi centrali dell'attività metrologica.

E' necessario sottolineare la netta differenza del termine errore dal termine incertezza, il primo rappresenta la causa, il secondo l'effetto. Nel linguaggio comune, infatti, incertezza è per lo più sinonimo di dubbio, indeterminazione, conoscenza imperfetta, mentre la parola errore è sinonimo di sbaglio, discrepanza, disaccordo (tra il valore misurato ed il valore vero di ciò che si vuole misurare).

Poiché il valore vero di una grandezza non è, per definizione, noto né conoscibile (principio di indeterminazione di Heisenberg), anche l'errore così definito risulta non noto e non conoscibile e, pertanto, di nessuna importanza pratica. Il concetto di errore di misura è, infatti, un concetto semplice la cui definizione analitica presenta però difficoltà. Se si conoscesse il valore vero X_v di una grandezza (il valore con un infinito numero di cifre decimali esatte che effettivamente compete alla grandezza, noto tramite una misurazione perfetta), l'errore assoluto E sarebbe facilmente definibile come differenza tra il valore misurato X_m ed il valore vero X_v :

$$E = X_m - X_v \quad (2)$$

Poiché, per il suddetto principio di indeterminazione di Heisenberg, l'azione stessa della misura, perturbando il normale svolgersi del fenomeno in esame, impedisce di conoscere il valore vero della grandezza da misurare (all'azione della misura è sempre

(3) Sebbene la relazione (1) sia stata a lungo nel passato utilizzata per dichiarare, insieme al valore del misurando, quello dell'incertezza composta estesa, la ISO GUIDE (UNI EN ISO 13025) consiglia di utilizzare questa relazione con riferimento all'incertezza tipo composta. Pertanto, proprio al fine di evitare confusioni, la Guida propone altri modi per dichiarare l'incertezza, quali:

$$\begin{aligned} X &= x^* g_x \text{ con } u_c = \dots \\ X &= x(u_c) g_x \end{aligned}$$

Nel seguito si farà riferimento solo al metodo espresso dalla relazione (1) in quanto più immediato e, quindi, più confacente ad un uso didattico.

connesso uno scambio di energia tra misurando e misuratore che modifica il processo in atto), la definizione analitica di errore assoluto è possibile solo sostituendo al concetto di valore vero X_v quello di valore ritenuto vero X_{rv} . Il valore della grandezza di misura più probabile, effettuato con un procedimento di misura più accurato di quello in uso, viene assunto come “valore di riferimento” per la rappresentazione analitica dell’errore; per cui la (2) diventa:

$$E = X_m - X_{rv} \quad (3)$$

Il concetto di valore ritenuto vero X_{rv} contiene in sé la definizione di campione dell’unità di misura adottata che, nella metrologia primaria, è il cosiddetto campione primario definito dal Sistema Internazionale.

Nella metrologia applicata, invece, la definizione della (3) consente l’utilizzo di campioni di differente gerarchia, lasciando al metrologo la possibilità di adottare campioni di diverso pregio, scelti anche in base alle esigenze e finalità della misura stessa.

La definizione di X_{rv} si traduce, in pratica, nello scegliere come strumento di confronto (campione) uno strumento dieci volte più preciso di quello in uso, anche se nell’attuale attività metrologica è accettabile l’uso di uno strumento almeno tre volte più preciso, a causa delle sempre migliori prestazioni che l’evoluzione tecnologica ha garantito agli strumenti di uso industriale, in grado spesso di raggiungere prestazioni paragonabili ai campioni.

Si definisce poi errore relativo il rapporto adimensionale:

$$e = \frac{E}{X_{rv}} = \frac{X_m - X_{rv}}{X_{rv}} \quad (4)$$

tra l’errore assoluto E ed il valore ritenuto vero della grandezza da misurare.

Si noti che, per le definizioni date, gli errori relativi ed assoluti possono avere un segno qualsiasi e che, di solito, l’errore relativo viene espresso in modo percentuale.

È evidente, da quanto su esposto, che per la natura stessa delle cose è impossibile effettuare misure esatte, per cui, compito principale del metrologo è quello di ricavare dalle misure effettuate il valore più probabile della grandezza di misura e di stimare contemporaneamente l'intervallo, centrato intorno a tale valore, all'interno del quale il valore ritenuto vero dovrebbe cadere.

2.2. Cause di errore e loro classificazione: errori sistematici ed accidentali

Una classificazione particolarmente utile e significativa è quella che divide gli errori di misura in “sistematici” ed “accidentali”.

Gli errori sistematici, difficili da scoprire e correggere, sono quelli dovute a difetti costruttivi, o di taratura degli strumenti e dei campioni, o ad errori e irregolarità nell'applicazione del modello sperimentale. Essi sono legati alla causa che li produce da una legge fisica ben determinata, per cui si presentano con segno costante ed entità all'incirca costante. Nell'ipotesi che tali errori sistematici siano dovuti a cause fisiche individuate e controllabili, risulta possibile compensarne gli effetti correggendo gli errori sistematici con opportuni calcoli (4).

Gli errori sistematici non sono in alcun modo influenzati dal procedimento di ripetizione delle operazioni di misurazione e dalla successiva media. Tuttavia, essi possono essere eliminati, o meglio ridotti, adottando differenti metodi di misura con strumenti ed operatori diversi.

Tipici errori sistematici sono ad esempio:

- *errore sullo zero*: è l'errore che si verifica quando l'organo indicatore dello strumento non ritorna dopo ogni lettura alla posizione di riferimento, che di solito coincide con lo zero;
- *errore sulla caratteristica*: è l'errore imputabile alla differenza tra la curva caratteristica nominale e la curva caratteristica reale dello strumento (vedi cap. 3);
- *errore di disturbo*: sono quelle alterazioni del valore del misurando provocate dallo strumento di misura. Esempi di tali errori sono: lo schiacciamento del pezzo dovuto al carico che agisce sul palpatore di un micrometro; lo scambio di energia termica tra un

(4)Ovviamente queste correzioni possono non essere perfettamente note, essendo non noto il valore esatto della grandezza fisica d'influenza. Pertanto, l'incertezza connessa al valore della grandezza d'influenza, a sua volta ottenuta da una misura della grandezza stessa (i.e. l'incertezza dello strumento con cui si è misurata la grandezza d'influenza), dovrà essere presa in considerazione e composta opportunamente con le altre incertezze, per il calcolo dell'incertezza complessiva da assegnare al risultato di misura.

termometro e l'ambiente in cui esso viene immerso per misurarne la temperatura; l'alterazione del regime delle correnti in un circuito in cui vengono inseriti un voltmetro con resistenza interna non infinita o un amperometro con resistenza interna diversa da zero; l'alterazione delle linee di flusso dovute alla presenza di uno strumento anemometrico in una misura di velocità locale in un fluido;

- *errori dovuti alle grandezze di influenza:* sono quelli causati dalla variazione di grandezze diverse dal misurando, cui lo strumento è, seppure in maniera lieve, sensibile. Infatti, uno strumento di misura ideale dovrebbe essere sensibile solo alla grandezza fisica da misurare; nella pratica è impossibile realizzare uno strumento che non sia sensibile alle altre grandezze fisiche quali ad esempio pressione, temperatura e umidità dell'ambiente di misura, per cui questi errori sono, di norma, sempre presenti.

Per ridurre gli effetti connessi a questi errori si possono utilizzare tecniche diverse:

- la prima è quella della insensibilizzazione dello strumento, ottenuta tramite un'opportuna scelta dei materiali: un esempio è l'uso dell'invar (il cui coefficiente di dilatazione termica è praticamente nullo), negli strumenti di misura di lunghezza;
- la seconda tecnica, abbastanza diffusa, è quella della compensazione degli effetti di influenza, che consiste nell'introdurre nello strumento un elemento sensibile alle grandezze suddette, che dia luogo ad un segnale eguale ma di segno opposto a quello che si osserverebbe in assenza di compensazione. Esempio di utilizzazione di tale tecnica sono gli estensimetri “termocompensati”⁽⁵⁾;
- la terza tecnica è, infine, quella della *correzione*. Essa è applicabile, però, solo quando si conosce la legge di dipendenza della grandezza di misura da quella d'influenza.

⁽⁵⁾In questo caso, in un lato del ponte Wheatstone di misura è inserito l'estensimetro di misura R_m (sottilissimo filo metallico la cui resistenza elettrica R varia al variare sia della forza applicata agli estremi che della temperatura), nell'altro lato è inserito un estensimetro compensatore R_c , avente le stesse caratteristiche di quello di misura, non sottoposto però a forze. L'estensimetro R_c genera, quindi, in tale lato del ponte, una variazione di resistenza dovuta alla sola temperatura, variazione di resistenza che compensa quella generata per la stessa causa (temperatura), nell'estensimetro di misura nell'altro lato del ponte

Gli errori accidentali sono invece prodotti da cause accidentali quali:

- irregolarità casuali del procedimento o dello strumento di misura;
- instabilità delle condizioni ambientali;
- imperfezioni congenite dell'operatore umano;
- correzioni errore sistematico
- altro.

Il contributo di ciascuna di queste cause non può essere stabilito a priori ed agisce di volta in volta con segno diverso ed entità diversa, seppure assai modesta.

L'errore accidentale è quindi una grandezza di natura aleatoria; esso, infatti, è l'effetto, sia positivo che negativo, di un elevato numero di termini, tutti egualmente probabili. La distribuzione di tali effetti è, come si vedrà nel seguito, di tipo gaussiano intorno al valore medio: in questa distribuzione gli errori più piccoli (i.e. gli scostamenti dalla media più piccoli), hanno maggiori probabilità di verificarsi rispetto a quelli più grandi e, come detto, quelli positivi e negativi sono egualmente probabili.

Ricapitolando, una distinzione che si usa fare tra le due categorie di errori è la seguente: si intendono errori accidentali gli errori i cui effetti sulla dispersione dei risultati di misura possono essere attenuati, ripetendo più volte il processo di misurazione e calcolando la media dei diversi risultati; al contrario, si intendono errori sistematici gli errori che non sono in alcun modo influenzati dal procedimento di ripetizione delle operazioni e dalla successiva media.

Si possono distinguere i seguenti errori accidentali:

- errore di risoluzione di lettura: dovuto al limitato potere risolutivo dell'occhio umano; in condizioni normali tale errore è compreso nell'intervallo $\pm 0.001 L$, dove con L è indicata la distanza tra l'operatore ed il quadrante dello strumento di misura; esso può assumere valori estremi di $3 \cdot 10^{-4}$, o $3 \cdot 10^{-3}$; la valutazione di quest'errore è, in ogni caso, legata al soggetto misuratore ed alle condizioni di illuminazione del quadrante di lettura;

- errore di parallasse: anche questo dipende dalla distanza di lettura L e dall'angolo α tra l'osservatore e la normale al quadrante, ed è pari a $L \cdot \operatorname{tg}\alpha$; per ridurre gli effetti di questo errore si usano scale con specchi posteriori ed indici aventi un elevato spessore rispetto alla normale al piano di lettura;
- errore di interpolazione: è dell'ordine del 10% della distanza tra due successive suddivisioni della scala graduata; può al limite diventare sistematico, se l'operatore è sempre lo stesso e, quindi, tende ad arrotondare i dati sempre in difetto o in eccesso;
- errore dovuto al rumore di fondo dello strumento: è l'effetto di tutte quelle cause che determinano movimenti dell'indice, sovrapponendosi al segnale di misura; può essere nei casi più semplici dell'ordine del 10% della doppia ampiezza di oscillazione; si noti che in Tab. II l'incertezza del rumore di fondo è in posizione intermedia tra strumento e operatore, in quanto è duale la sua classificazione; negli strumenti a lettura digitale, l'errore di lettura è di solito riconducibile all'ultima cifra (“digit”) del display;
- errore di mobilità: è causato dalla limitata mobilità dello strumento, cioè dalla sua inerzia, che gli impedisce di reagire a piccole variazioni della grandezza di misura; è valutabile tramite la “soglia di mobilità”, grandezza caratteristica dello strumento, che indica la più piccola variazione di grandezza in ingresso capace di determinare una variazione di posizione dell'indice in un determinato punto del campo di lettura dello strumento; oppure tramite “l'errore di mobilità”, cioè la metà della differenza tra le due posizioni dello strumento, ottenute per il medesimo valore del misurando e raggiunte una in salita ed una in discesa, nell'intorno del valore di misura;
- errore di inversione e di isteresi: sono dovuti rispettivamente ai giochi meccanici che si presentano quando si inverte il senso di variazione della grandezza di misura, e alle diverse caratteristiche di funzionamento in salita o in discesa, dovute a differenti proprietà elastiche dei materiali; ad attriti; a vincoli.

Nella tabella VII sono riportate le principali cause di errore (sistematiche ed accidentali) di un sistema di misura ed alcuni esempi tipici di errori di misura.

Bisogna a questo punto notare che gli errori su elencati di solito si presentano insieme.

Ripetendo un gran numero di volte una misura, in condizioni costanti, è possibile determinare a posteriori con quale probabilità gli errori accidentali sono compresi in un determinato intervallo, tanto più piccolo quanto più precisa è la misura. Il valore medio di queste misure può poi considerarsi come valore più probabile della grandezza di misura, se si sono supposti nulli gli errori sistematici.

Tabella VII – Esempi di cause di errore

	Causa di errore	Tipo	Esempio
Misurando	<ul style="list-style-type: none"> – interazione sensore/misurando – definizione del misurando – variazioni del misurando 	<ul style="list-style-type: none"> – sistematica o accidentale – generalmente sistematico – generalmente accidentale 	<ul style="list-style-type: none"> – schiacciamento del pezzo per la pressione esercitata dal calibro – geometria non rispondente a quella ipotizzata – sistema di regolazione della grandezza
Strumento di misura	<ul style="list-style-type: none"> – errore sulla caratteristica: i) errori sul modello, ii) errori sulla grandezza di riferimento – errori intrinseci: i) deriva, ii) risoluzione, iii) isteresi, iv) ripetibilità – errori dinamici 	<ul style="list-style-type: none"> – generalmente sistematico – generalmente accidentale – generalmente accidentale 	<ul style="list-style-type: none"> – non cilindricità del capillare in un termometro a dilatazione – mancanza di schermi radiativi sul bulbo – taratura termometro – differenza delle misure effettuate in salita e discesa – errore di aliasing
Ambiente	<ul style="list-style-type: none"> – grandezze di influenza: <ul style="list-style-type: none"> i) inadeguata conoscenza, ii) imperfetta compensazione o correzione 	<ul style="list-style-type: none"> – generalmente sistematico – generalmente accidentale 	<ul style="list-style-type: none"> – variazioni dell'uscita con la temperatura o la pressione ambiente

Utilizzatore	<ul style="list-style-type: none"> - distorsione personale utilizzatore: - i) parallasse - ii) interpolazione - distorsione strumento utilizzatore - distorsione nella trasmissione di un segnale a distanza 	<ul style="list-style-type: none"> - generalmente sistematico - - generalmente sistematico - generalmente sistematico 	<ul style="list-style-type: none"> - tachimetro automobile - - impedenza di ingresso - caduta di potenziale segnale in tensione
--------------	---	---	---

Gli effetti degli errori accidentali nella dispersione dei risultati sperimentali possono essere attenuati, ripetendo più volte il processo di misurazione e calcolando la media dei diversi risultati.

Per meglio descrivere questa binomia degli errori (accidentali e sistematici), si usa spesso l'esempio delle rose di colpi su un bersaglio (Fig.8): colpi raggruppati in una zona ristretta, ma tutti lontani dal centro (caso C), indicano un tiro ripetibile ma poco accurato; colpi dispersi in modo casuale intorno al centro (caso B) indicano un tiro accurato, ma poco ripetibile; colpi raccolti in una zona ristretta centrata sul centro del bersaglio (caso D) indicano un tiro ripetibile ed accurato; infine, colpi dispersi in modo casuale e tutti lontano dal centro (caso A) indicano una misura poco ripetibile e poco accurata.

Accuratezza e ripetibilità, poi, sono due parametri metrologici legati in modo inverso, rispettivamente, all'entità degli errori sistematici e a quella degli errori accidentali. Infatti, una grande ripetibilità è indice di piccoli errori accidentali, mentre una grande accuratezza è indice di piccoli errori sistematici.

Va a questo punto osservato che l'esempio del tiro a bersaglio, sebbene di notevole efficacia didattica, non è rigorosamente rappresentativo di quanto avviene nel procedimento di misura. Infatti, il centro del bersaglio (valore ritenuto vero X_{rv}) è, a sua volta, una grandezza aleatoria, e quindi non è rappresentabile da un riferimento esatto, ma, per quanto ristretto, da un intervallo di valori (anche il campione SI è affetto da un'incertezza realizzativa!).

Infine, bisogna sottolineare che i termini “ripetibilità” ed “accuratezza” (insieme agli aggettivi da loro derivati) sono da alcuni considerati obsoleti. Tuttavia, dal punto di vista strettamente didattico, essi possono risultare ancora utili in una prima descrizione

delle possibili situazioni che si verificano nel procedimento di misurazione.

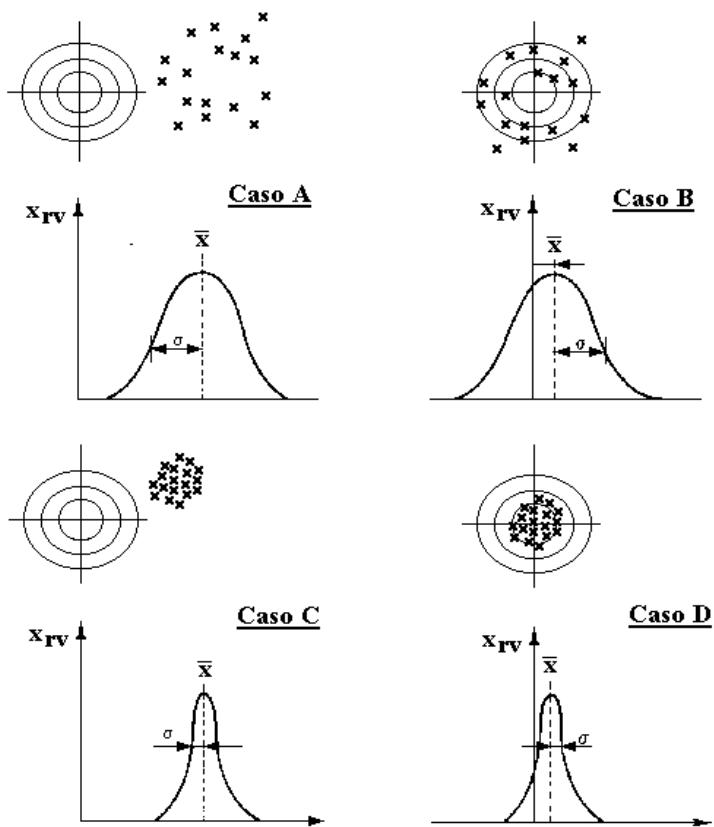


Fig.8 – Accuratezza e ripetibilità di una misura: a) misura poco ripetibile e poco accurata; b) misura accurata e poco ripetibile; c) misura ripetibile e poco accurata; d) misura accurata e ripetibile.

2.3. Stima dell'incertezza di misura: incertezze di tipo A e B

In questo paragrafo sono applicati i concetti introdotti dalla Guida alla stima dell'incertezza di misura dell'ISO (recepita in Italia come UNI CEI ENV 13005: 2000), anche denominata Guida, per la sua diffusione pratica sia in ambito scientifico che tecnico.

La guida classifica le incertezze di misura in due gruppi distinti:

- Tipo A: comprende quelle incertezze di misura la cui valutazione può essere basata su metodi statistici (oggettivi).
- Tipo B: comprende quelle incertezze la cui stima è basata su “altri metodi”; cioè, inevitabilmente, implica elementi di valutazione di tipo soggettivo.

La classificazione in A e B è utile per il trattamento analitico e per poter esprimere, come si vedrà, con un solo numero, una valutazione globale della qualità di una misura. È opportuno evidenziare che su queste definizioni e convenzioni è stato raggiunto un accordo internazionale, per cui è consigliabile nella pratica adottare sempre la *Guida*.

È comunque opportuno, ai fini dell'uniformità ed universalità delle notazioni, tenere separati il modo di valutare le incertezze e la loro origine fisica, anche perché talvolta un errore aleatorio può divenire sistematico e viceversa.

Stima dell'incertezza di tipo A

La stima dell'incertezza con metodi statistici (tipo A) si basa sui dati sperimentali e presuppone ripetute osservazioni nelle stesse condizioni sperimentali. In tale analisi assumeremo per semplicità un modello di distribuzione di probabilità gaussiano (dal momento che ciò si verifica nella maggioranza dei casi), stimando il valore atteso e

lo scarto tipo sulla base del campione numeroso di dati disponibili (6).

Nel caso di un campione numeroso di misure (maggiore di 25), di media \bar{X} e di scarto tipo s , il problema della stima dell'incertezza di tipo A si riduce alla stima dell'intervallo attorno ad \bar{X} (definito anche intervallo di confidenza), in cui può cadere il misurando, attribuendo ad esso un determinato livello di probabilità (definito anche livello di confidenza).

In questo caso è possibile, per quanto riportato in appendice A, utilizzare la variabile standardizzata z , anche per la distribuzione delle medie, ponendo (per la a.20) z pari a:

$$z \cong \frac{x - \bar{X}}{s_{\bar{X}}} \quad (5)$$

dove $s_{\bar{X}}$ è lo scarto tipo della media pari a $\frac{s}{\sqrt{n}}$ (vedi tabella A.V), avendo indicato con n il numero delle misure.

Sulla base della (5) è possibile ricavare l'intervallo entro cui può cadere il misurando in corrispondenza di una determinata probabilità di accadimento P :

$$\bar{X} - z_p \cdot u \leq X \leq \bar{X} + z_p \cdot u \quad (6)$$

essendo u l'incertezza tipo, esattamente uguale a $s_{\bar{X}}$ nel caso esaminato.

Se, ad esempio, $P = 0.95$ allora (vedi appendice) $z_{0.95} = 1.96$ e quindi l'intervallo di confidenza al 95% sarà $\bar{X} \pm 1.96 u$.

Pertanto, per le sole incertezze di tipo A, sarà:

$$X = \bar{X} \pm U \quad (7)$$

(6) Per evidenti ragioni di continuità vengono considerati noti i concetti di base di teoria statistica o delle probabilità. Tuttavia, al fine di consentire un più semplice utilizzo del testo, vengono richiamati in Appendice A alcuni cenni di tale teoria, propedeutici alla comprensione. Si rimanda alla stessa ISO Guide e a testi specialistici, invece, la trattazione di modelli non gaussiani.

dove U è definita come l'incertezza estesa:

$$U = z_P \cdot s_{\bar{X}} \quad (8)$$

Nel caso di campioni poco numerosi, è, invece, necessario utilizzare la variabile t di Student, definita dalla:

$$t = \frac{x - \bar{X}}{s_{\bar{X}}} \quad (9)$$

e la relativa distribuzione $p_v(t)$, in luogo della distribuzione normale. E' evidente, che la distribuzione t di Student coincide con la distribuzione normale per un numero di elementi n sufficientemente grande, come si evince dalla tabella a.IV.

Dalla (9), tenendo conto dei gradi di libertà v del nostro problema -pari al numero delle misure disponibili meno uno(⁷)- ed assegnata una probabilità di accadimento P , si ricava l'intervallo

$-t_p(v)$ e $+t_p(v)$ entro cui può cadere il misurando X :

$$\bar{X} - t_p(v) \cdot u \leq X \leq \bar{X} + t_p(v) \cdot u \quad (10)$$

essendo u l'incertezza tipo esattamente uguale a $s_{\bar{X}}$ nel caso esaminato.

Se, ad esempio, $P=0.95$ e $v=9$ (i.e. campione di 10 valori), $t_{0.95}(9)=2.26$, l'intervallo di confidenza al 95% sarà $\bar{X} \pm 2.26u$. Si noti che facendo tendere il numero di gradi di libertà ad infinito (o meglio, quando si superano le 25 misure e si ricade nel caso di campione molto numeroso), i valori di t tendono a quelli della distribuzione

(7) in quanto il calcolo della media aritmetica del campione, fissando la posizione della curva di distribuzione, toglie un grado di libertà.

normale (1.00 per una probabilità del 68.27%, 1.96 per il 95.0% e 3.00 per il 99.7%).

Pertanto, nel caso di campione poco numeroso sarà:

$$X = \bar{X} \pm U \quad (11)$$

dove U è l'incertezza estesa:

$$U = t_p(v) \cdot s_x \quad (12)$$

Si ricorda che il fattore t non si applica a variabili non gaussiane.

Esempio

A titolo di esempio si consideri il caso di una misura della massa incognita mediante una bilancia elettronica.

Se l'osservatore effettua misure ripetute in modo tale da rendere evidenti le cause di incertezza che si vogliono stimare (e.g. collocando la massa in posizioni diverse, ripetendo le misure durante un periodo sufficientemente lungo da comprendere le variazioni di temperatura a cui è soggetto il locale in cui si effettua la misura, ecc.), potremo osservare una tabella dei risultati di misura del tipo:

$x(1) = 100.0568$	$x(14) = 99.96014$
$x(2) = 99.99646$	$x(15) = 99.92793$
$x(3) = 99.93649$	$x(16) = 99.93853$
$x(4) = 99.99458$	$x(17) = 100.0021$
$x(5) = 100.0761$	$x(18) = 99.97930$
$x(6) = 99.99119$	$x(19) = 100.0216$
$x(7) = 99.98705$	$x(20) = 99.97158$
$x(8) = 99.99824$	$x(21) = 100.0437$
$x(9) = 100.0437$	$x(22) = 99.96122$
$x(10) = 99.98410$	$x(23) = 99.99166$
$x(11) = 100.0140$	$x(24) = 99.95460$
$x(12) = 100.0120$	$x(25) = 100.0684$
$x(13) = 99.96027$	

In tal caso la migliore stima della massa incognita viene fornita dalla media delle 25 misurazioni xi:

$$\bar{X} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} x(i) = 99.995$$

Inoltre la stima dell'incertezza di tipo A può essere semplicemente ricavata sulla base della stima dello scarto tipo del campione

$$s = \sqrt{\frac{1}{24} \sum_{i=1}^{25} (x(i) - \bar{X})^2} = 0.040$$

Sulla base della relazione (8) e per un livello di confidenza del 95%, si ha:

$$U = 2 \frac{s}{\sqrt{25}} = 0.016$$

Si noti che, sebbene la stima dell'incertezza sia stata effettuata mediante osservazioni indipendenti, non necessariamente esse contengono tutte le cause di incertezza. Ad esempio nulla possiamo dire sull'incertezza dovuta al campione di riferimento o alla stabilità dello

strumento. In tal caso solo una stima a priori di tali componenti di incertezza consentirà una stima sufficientemente affidabile della fascia di incertezza.

Stima dell'incertezza di tipo B

La Guida ISO, trattando la stima x di una grandezza d'ingresso X , che non sia stata ottenuta mediante ripetute osservazioni, recita: l'incertezza tipo $u(x)$, è valutata per mezzo di un giudizio scientifico che si fonda su tutte le informazioni disponibili, circa la possibile variabilità di X .

Le sorgenti di informazione sono le conoscenze a priori che l'operatore di misura può reperire anche in modi diversi, come, ad esempio, attraverso:

- i dati di misure precedenti;
- l'esperienza o conoscenza circa il comportamento di materiali o strumenti;
- le specifiche del costruttore;
- i dati di taratura o di altri certificati;
- l'incertezza assegnata a dati di riferimento presi in manuali o banche dati;
- le previsioni circa le variazioni di grandezze d'influenza o della grandezza d'ingresso stessa (es., comportamento dinamico).

A rigore, la prima di queste sorgenti di informazione potrebbe includere o essere inclusa nell'incertezza di tipo A, se le cause di "errore random" che hanno determinato una variabilità statistica delle misure precedenti sono ancora presenti in quelle attuali.

Per evitare questo caso limite, nella stima dell'incertezza di tipo B, occorrerebbe sempre avere ben chiare le cause di errore che determinano un significativo contributo dell'incertezza.

Si potrebbero immaginare due casi limite:

- il caso di una singola misurazione (o una invariabilità del risultato della misura), in cui è impossibile stimare le incertezze di tipo A e tutte le cause di errore vengono stimate mediante l'approccio probabilistico di tipo B;

- il caso di misure numerose in cui tutte le grandezze d'influenza vengono fatte variare in modo casuale al fine di stimare a posteriori le cause di incertezza statisticamente come incertezze di tipo A e considerando nulle le incertezze di tipo B.

Esempio

Si consideri ancora il caso di una misura della massa incognita effettuata mediante una bilancia elettronica con una portata pari a 120 g, ma con un'unica pesata. In tal caso, è possibile stimare le incertezze solo come di tipo B. In seguito, viene effettuata, a titolo di esempio, una possibile stima dell'incertezza, trascurando per semplicità l'influenza dell'accelerazione di gravità.

<i>Sorgente di incertezza</i>	<i>Incertezza tipo</i>
Grandezza di riferimento	0.05 mg
Stabilità (3 mesi)	0.1 mg
Eccentricità	0.3 mg
Influenza della temperatura (a $20 \pm 5^\circ\text{C}$)	0.4 mg
Linearità	0.2 mg
Ripetibilità	0.1 mg
Risoluzione	0.1 mg

Calcolo dell'incertezza composta estesa

Una volta pervenuti alle stime delle incertezze di tipo A e di tipo B è necessario procedere alla loro composizione in un unico valore u_C (definita incertezza composta), che rappresenta la qualità complessiva della misura.

La ISO Guide, nell'ipotesi che gli errori non siano correlati tra loro, prescrive di combinare quadraticamente le incertezze delle varie categorie, con una relazione del tipo

$$u_C^2 = u_A^2 + u_{1B}^2 + \dots + u_{nB}^2 \quad (13)$$

dove il termine u_A rappresenta l'incertezza di tipo A ed i termini u_{nB} le n incertezze di tipo B.

Nel caso dell'esempio su riportato, essendo l'incertezza di tipo A nulla, si può dimostrare che l'incertezza tipo composta sia pari a 0.57 mg.

Analogamente a quanto fatto per le incertezze di tipo A è possibile calcolare l'incertezza composta estesa U_C

$$U_C = k \cdot u_c \quad (14)$$

dove il fattore di copertura k (solitamente compreso tra 2 e 3) dipende a rigore dalla diversa distribuzione dei dati ed ha un analogo significato dell'intervallo di confidenza.

Nel seguito considereremo esclusivamente distribuzioni di tipo normale, anche se non è raro nella pratica incontrare distribuzioni più prossime a quelle rettangolari o triangolari, o ancora di altro tipo. Nel caso prescelto, il fattore k coincide con z_p .

In figura 9 viene, infine, riportato il processo logico che conduce alla formulazione del valore di misura e dell'incertezza di misura.

In conclusione, è opportuno osservare che l'incertezza di una misura non può mai assumere valore pari a zero e nemmeno può essere ridotta a piacimento in quanto esistono precisi limiti sia di ordine tecnico sia, e soprattutto, di ordine economico. A tal proposito occorre sottolineare che l'attenzione del misurista più che essere attratta dalla chimera della “centesima cifra decimale” deve essere rivolta ai requisiti necessari imposti dalla specifica (massimo imposto dalle normative).

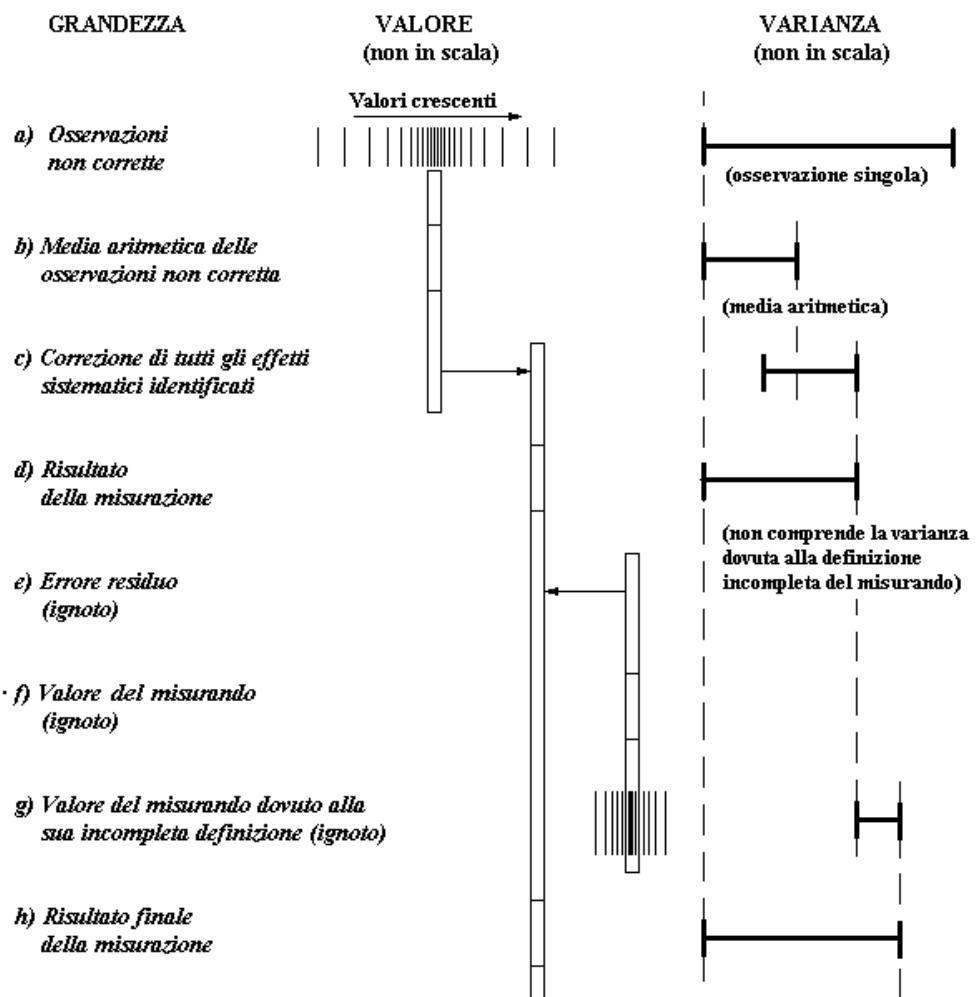


Fig.9 - Processo di misura e di stima dell'incertezza

2.4. La propagazione delle incertezze

In molti casi la misura del valore di una grandezza Y avviene per via indiretta, ovvero misurando i valori assunti da un numero n di altre grandezze X_i , direttamente misurabili (anche definite come variabili in ingresso), alle quali il misurando Y è collegabile tramite un legame funzionale del tipo:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (15)$$

Nel caso in cui gli errori di misura siano tutti a media nulla, sviluppando la (15) in serie di potenze di Taylor, si può dimostrare che lo scostamento E_Y , tra il valore atteso di Y ed il corrispondente valore misurato, è legato allo scostamento E_{X_i} tra il valore atteso di X_i della grandezza in ingresso ed il suo valore misurato, mediante una relazione del tipo

$$E_Y = \frac{\partial f}{\partial X_1} \cdot E_{X_1} + \frac{\partial f}{\partial X_2} \cdot E_{X_2} + \dots + \frac{\partial f}{\partial X_n} \cdot E_{X_n} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial X_i} \cdot E_{X_i} \quad (16)$$

La (16), nota come *legge di propagazione degli errori*, descrive come una perturbazione o un errore nelle variabili d'ingresso E_{X_i} si ripercuota, o meglio si propaghi, sulla variabile di uscita. In essa i termini $\partial f / \partial X_i$ rappresentano la sensibilità della funzione e, dunque del misurando Y, a variazioni della grandezza in ingresso X_i , in un generico intorno della grandezza stessa. Essi sono meglio noti come coefficienti di sensibilità, poiché descrivono quanto una variazione nella stima di un generico ingresso X_i influenzi la stima della grandezza in uscita Y, cioè quanto questa sia sensibile alla stima dell'ingresso in questione.

Dalla (16), elevando al quadrato i due membri e facendo la media rispetto al numero n di misure effettuate, è facile ricavare la *legge di propagazione delle incertezze* nel caso di grandezze X_i non correlate tra loro:

$$u_C^2(Y) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right)^2 u_C^2(X_i) = \sum_{i=1}^n c_i^2 u_C^2(X_i) \quad (17)$$

avendo indicato con u_c l'incertezza tipo composta sulla variabile in uscita Y e $u_C(X_i)$ l'incertezza tipo composta di ciascuna variabile in ingresso X_i e c_i i coefficienti di sensibilità già definiti.

La legge di propagazione delle incertezze può essere, inoltre, utilmente impiegata nel caso di catene di misura complesse, in cui il segnale di misura Y sia diverso da quello in ingresso X.

Per poter meglio valutare l'importanza della (17) si riportano in tabella III i coefficienti di sensibilità per i principali legami funzionali.

Tabella VIII – Leggi di propagazione per legami funzionali semplici

Esempio

Si consideri il caso in cui si voglia misurare, mediante una misura indiretta, l'area incognita di una scrivania, avente superficie rettangolare di dimensioni x_1 e x_2 .

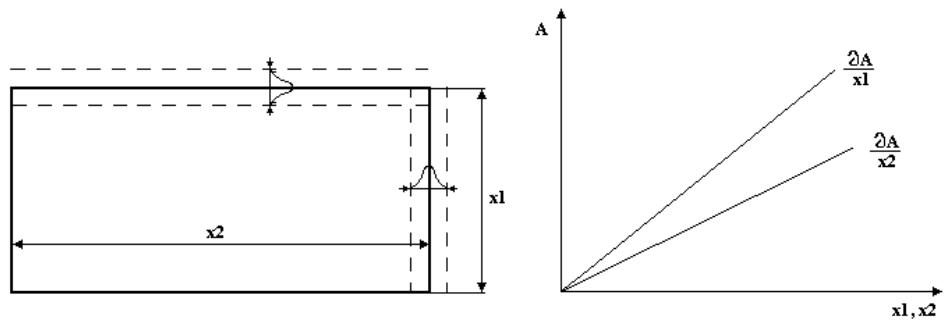


Figura – Propagazione dell'incertezza in una misura di superficie

L'equazione esprimente il risultato atteso è ovviamente data dal prodotto delle misure delle due dimensioni x_1 e x_2 .

$$A = x_1 * x_2 = f(x_1, x_2)$$

In figura viene riportata la fascia di valori a cavallo del valor medio \bar{x}_i di ogni singola grandezza X_i . L'incertezza associata alla determinazione dell'area A , sarà, dunque, funzione delle incertezze associate alle misure di X_1 ed X_2 , secondo la:

$$u_C^2(Y) = \left(\frac{\partial A}{\partial X_1} \right)^2 u_C^2(X_1) + \left(\frac{\partial A}{\partial X_2} \right)^2 u_C^2(X_2)$$

I coefficienti di sensibilità risultano rispettivamente pari a:

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = x_2; \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} = x_1$$

e descrivono quanto un'incertezza $u_c(x_i)$ nella stima del generico ingresso X_i (ipotizzando costante l'effetto dell'altra variabile) influenzi la stima della grandezza in uscita A . E' chiaro che, nell'ipotesi di valor medio $\bar{x}_1 < \bar{x}_2$, anche i due coefficienti di sensibilità peseranno diversamente nella stima dell'incertezza composta dell'area, come diagrammato, ad esempio, in figura in funzione delle grandezze di ingresso X_1 e X_2 .

Supponendo che misure ripetute delle due dimensioni forniscano:

L'INCERTEZZA DI MISURA

$$\bar{x}_1 = 1.5 \text{ m} \quad u_1 = 0.02 \text{ m}$$

$$\bar{x}_2 = 1.0 \text{ m} \quad u_2 = 0.04 \text{ m}$$

Applicando la propagazione delle incertezze, si ha:

$$u_c^2(A) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 u_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 u_2^2$$

Pertanto, l'incertezza tipo composta sarà:

$$u_c(A) = \sqrt{(1.0)^2 0.02^2 + (1.5)^2 (0.04)^2} = \pm 0.06 \text{ m}^2$$

L'area della superficie d'ingombro risulterà:

$$A = 1.5 \pm 0.06 \text{ m}^2$$

2.5. Errore massimo tollerato ed incertezza di misura

Il legame intercorrente tra errore ed incertezza di misura non si esaurisce in un rapporto causa effetto come quello evidenziato nei precedenti paragrafi, infatti in alcuni contesti (quale ad esempio quello metrico legale o quello industriale) è frequente la definizione di un errore massimo tollerato MPE (Maximum Permissible Errors, OIML-V2), nella verifica delle prestazioni degli strumenti di misura o di un limite di tolleranza SL (Specification Limit, ISO/FDIS 14253-1), nella specifica di conformità delle tolleranze geometriche di un pezzo meccanico.

In particolare, nella metrologia legale occorre verificare la conformità alle specifiche di modello degli strumenti di misura sia al momento della fabbricazione (verifica prima in fabbrica), sia periodicamente in campo o in laboratorio (verifica periodica). In altre parole, uno strumento si considera conforme quando l'errore di misura E , valutato per appropriati valori del suo campo di misura, risulta inferiore a quello massimo tollerato MPE.

$$|E| = |X - X_{rv}| < MPE \quad (18)$$

D'altra parte, la verifica non è mai un'operazione che porta ad un risultato certo dal momento che non esiste metódica di misura, né tanto meno una di taratura, che abbia incertezza pari a zero. C'è allora un certo rischio di accettare uno strumento non conforme o, viceversa, di scartare uno strumento conforme. Il giudizio di conformità è quindi connesso al livello di confidenza con cui effettuiamo le verifiche in questione.

$$|E| = |X - X_{rv}| < MPE - U \quad (19)$$

Nella figura 10 viene rappresentato graficamente il rapporto che intercorre tra l'incertezza di taratura U (esclusivamente imputabile alla misura di X_{rv} e che otteniamo mediante un campione di misura), e l'errore massimo tollerabile MPE.

Teoricamente, per poter stabilire con un assegnato livello di confidenza (generalmente pari al 95%), che lo strumento sia conforme, sarebbe necessario effettuare la taratura con un'incertezza almeno inferiore all'errore massimo tollerato sullo strumento in prova. Evidentemente più grande è l'incertezza U più piccolo diventa l'intervallo di sicurezza entro cui è possibile affermare che lo strumento sia conforme (con lo stesso livello di confidenza).

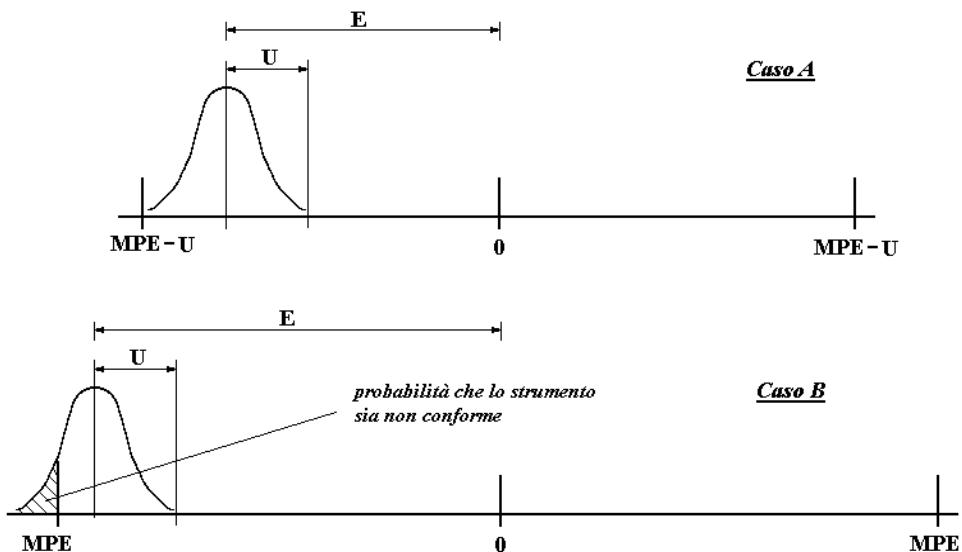


Fig. 10 - Verifica prima degli strumenti di misura:

a) strumento conforme; b) strumento non conforme

Per evitare situazioni paradossali, quali quelle di avere un' elevata probabilità di scartare strumenti conformi, è necessario mantenere un rapporto ottimale tra MPE ed U . Nella metrologia legale tale rapporto viene convenzionalmente scelto almeno pari ad un terzo.

$$U < 1/3 \text{ MPE} \quad (20)$$

Esiste almeno un altro aspetto che è necessario tenere in conto quando parliamo di verifica metrico legale, e cioè il distinguo che si effettua tra l'errore massimo tollerato in verifica MPE_V e quello in servizio MPE_S : convenzionalmente il secondo viene fissato pari a 2 volte il primo. Questo rapporto consente da un lato di mantenere un margine di sicurezza, rispetto alle inevitabili derive della caratteristica degli strumenti tra una verifica e quella successiva, dall'altro di potere ampliare il limite imposto dalla (19) sempre che sia mantenuto il vincolo imposto dalla (20). In quest'ultimo caso, infatti, un rapporto U/MPE_V esattamente pari ad 1/3 con un livello di confidenza di U pari al 95% implica una probabilità praticamente nulla di accettare uno strumento non conforme e nel contempo un ampliamento del limite di accettabilità della prova a $\pm 1.33 MPE_V$ (figura 11).

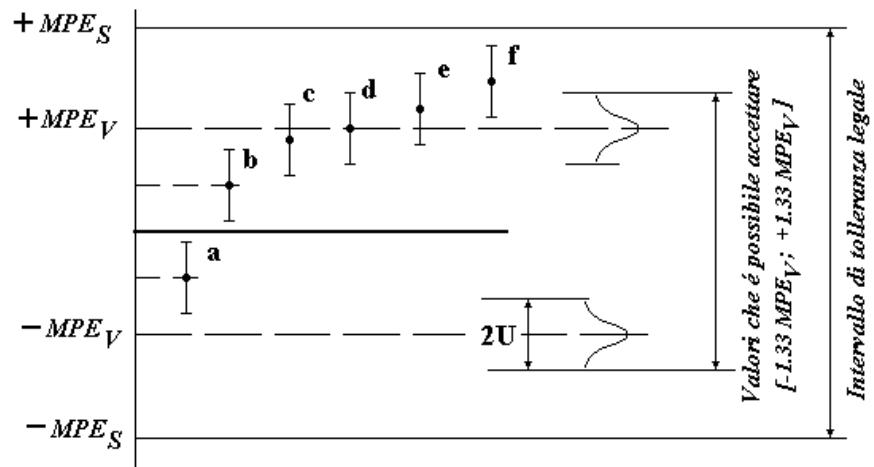


Fig 11 – Verifica periodica degli strumenti di misura (casi a-d conformi, casi e-f non conformi)

Capitolo 3

3. Le Proprietà degli strumenti di misura

“...In questo mi sorvenne un’esperienza fattami vedere dal nostro signor Galileo, la quale fu che presa una caraffella di vetro di grandezza di un piccol uovo di gallina ...e poi rivoltando la bocca di esso in vaso sottoposto nel quale era un poco di acqua, lasciando libera dal calor delle mani subito l’acqua cominciò a salire nel collo e sormontò sopra il livello dell’acqua del vaso più di un palmo; del quale effetto il medesimo signor Galileo si era servito per fabbricare un istruimento da esaminare i gradi del caldo e del freddo.”

B. Castelli

3.1. La caratterizzazione statica degli strumenti di misura

L’evoluzione dell’elettronica ha reso disponibile sul mercato un numero sempre maggiore di dispositivi di misura elettronici di

notevoli prestazioni e a basso costo. Quest'evoluzione ha radicalmente cambiato l'architettura degli strumenti di misura, trasformando spesso uno strumento compatto in catene di misura complesse, in cui le diverse funzioni di trasduzione, condizionamento del segnale, conversione analogico/digitale ed elaborazione sono dislocate in apparecchiature diverse. La separazione delle funzioni di misura in apparati differenti consente una semplificazione d'uso in termini di diagnosi del guasto (è possibile rilevare il segnale di uscita da ciascun blocco individuando i componenti difettosi), di manutenibilità (è possibile, data la modularità di alcuni elementi, disporre di scorte di magazzino), di affidabilità (non tutta la catena si trova in condizioni gravose), ma pone problemi relativi alla trasmissione del dato di misura (e.g. in merito alla sua "manometribilità" nel caso di misure legali).

Le catene di misura distribuite trovano il loro impiego nelle più svariate applicazioni; in particolare in ambienti industriali, esse vengono utilizzate nel controllo dei processi produttivi e nella certificazione della qualità del prodotto.

Nel capitolo 1 è stato illustrato il funzionamento di una catena generalizzata di misura, mostrando sia le interazioni tra i diversi blocchi funzionali interni alla catena, sia le interazioni con i sistemi esterni.

Nel seguito sarà affrontato il problema della caratterizzazione degli strumenti e/o catene di misura senza fare esplicito riferimento ad alcuna grandezza di misura. Ciò allo scopo di affrontare le differenti applicazioni (misure meccaniche, termiche ed elettriche), con una uniformità di linguaggio e di metodo.

La *caratteristica di funzionamento* (o relazione di taratura statica o funzione di taratura), è la relazione che lega fra loro i valori della grandezza in uscita dallo strumento a quelli in ingresso, stabilendo una corrispondenza tra i valori di lettura dello strumento e i risultati della misurazione, quando il sensore funziona in regime stazionario.

Nel funzionamento, la catena di misura è quindi caratterizzata dalla sua funzione di trasferimento, ovvero dal legame che unisce il segnale d'ingresso x con il segnale d'uscita y :

$$y = f(x) \quad (21)$$

Per quanto evidenziato nei precedenti capitoli, poiché la catena di misura non interagisce con il solo misurando ma anche con l'ambiente di misura, la corrispondenza tra i valori in uscita dallo strumento ed il misurando non può risultare biunivoca e lo strumento stesso è rappresentabile, solo in prima approssimazione, con un sistema ad un ingresso ed un'uscita.

La catena di misura, infatti, è “connessa” oltre che all’ambiente di misura ed al sistema utilizzatore, anche ad altri sistemi che possono interagire con essa; tant’è che altre grandezze fisiche, non d’interesse specifico ma appartenenti al sistema misurato ed al sistema utilizzatore, ne influenzano il funzionamento. Queste interazioni possono essere riassunte introducendo il concetto delle grandezze d’influenza, ovvero di tutte quelle grandezze fisiche, attinenti al sistema misurato (ad esclusione del misurando), e agli altri sistemi interconnessi che influenzano significativamente il funzionamento del sensore. Di conseguenza, la funzione di trasferimento della generica catena di misura, dal punto di vista più generale, dovrebbe essere scritta come segue:

$$y = f(x + g_1 + g_2 + \dots + g_n) \quad (22)$$

dove le funzioni $g_i(t)$ rappresentano i segnali corrispondenti alle i -esime grandezze d’influenza.

Tale espressione è in genere di difficile definizione, data la variabilità e l’aleatorietà delle grandezze d’influenza. Allo scopo si adottano le seguenti semplificazioni:

- viene trascurata la dipendenza dal tempo delle grandezze d’influenza, ovvero queste si suppongono costanti nell’intervallo di tempo in cui il sensore opera la trasformazione del segnale d’ingresso nel segnale d’uscita;
- la dipendenza funzionale del segnale d’uscita dal segnale d’ingresso viene separata dall’insieme degli effetti delle grandezze d’influenza;
- si suppone trascurabile la dipendenza delle grandezze d’influenza dal misurando (in modo da non includere, fra le grandezze d’influenza, il misurando stesso);

- si suppone che le grandezze d'influenza agiscano, indipendentemente tra loro, nei confronti del sensore.

Una grandezza d'influenza particolare è, poi, il tempo di funzionamento, inteso come invecchiamento o alterazione dei componenti che costituiscono la catena di misura. Tale grandezza, di solito, viene trattata separatamente dalle altre, in quanto relativa a fenomeni aventi una dinamica molto più lenta rispetto a quella delle altre grandezze d'influenza (temperatura, umidità, pressione, vibrazioni, campi elettromagnetici, ecc.).

Nella definizione su riportata di funzione di taratura, tenuto conto anche delle considerazioni fatte, va opportunamente introdotto il concetto di *fascia di valori*, definendo la caratteristica di funzionamento (relazione di taratura statica, o funzione di taratura), come la relazione che associa ad ogni valore della grandezza di uscita, la corrispondente fascia di valori del misurando.

Nella pratica si è soliti fornire in maniera separata:

- la curva di taratura (calibration curve), cioè la relazione biunivoca tra ogni valore di uscita indicato dallo strumento (inteso come media della fascia di valori di uscita), e il corrispondente valore del misurando, sotto specificate condizioni (ovvero con assegnati valori delle grandezze di influenza). La curva di taratura può essere espressa in forma grafica o numerica (tabelle di taratura);
- l'incertezza di taratura (calibration uncertainty), cioè l'ampiezza della fascia di valore, di solito riportata in valore assoluto o relativo (in quest'ultimo caso l'incertezza relativa è riferita al valor medio della fascia di valore).

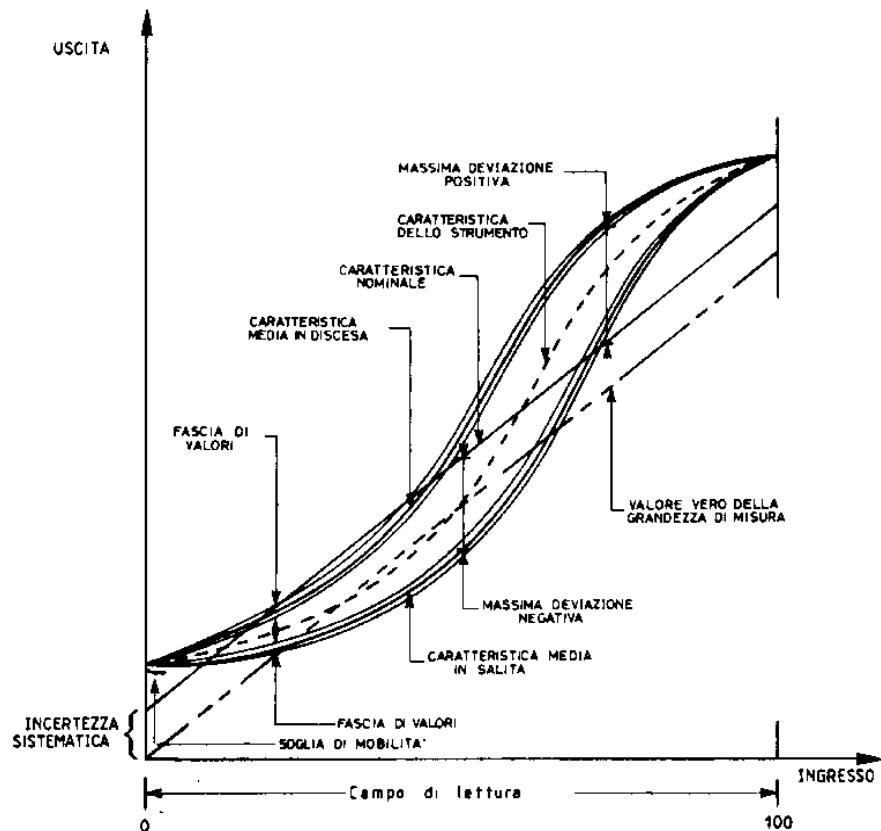


Fig. 12 – Curva caratteristica di uno strumento di misura

Il funzionamento di una catena di misura va, inoltre, caratterizzato anche nei confronti delle incertezze conseguenti al suo impiego. Infatti, una catena di misura trasduce un'informazione relativa ad una grandezza fisica che, nella maggior parte dei casi, è costituita dalla misura stessa della grandezza in esame. In questo caso, va senz'altro tenuta presente l'incertezza intrinseca del segnale d'ingresso, che dipende sia dalla definizione del misurando sia dallo stato del sistema misurato. Vanno inoltre tenute in conto le grandezze d'influenza che agiscono, comunque, sulla catena di misura e che possono indurre incertezze sulla misura della grandezza fisica d'interesse. Infine, vanno tenute presenti le incertezze legate alla definizione del modello del sensore e dei sistemi che interagiscono con esso, ovvero alla definizione della funzione di trasferimento del sensore che, come visto in precedenza, è fatta assumendo alcune ipotesi esemplificative relative alle grandezze d'influenza.

La curva caratteristica può essere determinata a priori sulla base del principio fisico di funzionamento (in tal caso la curva caratteristica si dice “ideale”), o a posteriori per taratura (in tal caso la curva caratteristica si dice “reale”). Le due curve, ideale e reale, solitamente si discostano l’una dall’altra a causa di inevitabili imperfezioni dello strumento o di effetti dissipativi quali interni allo strumento.

Analogamente, si discostano tra loro la curva “caratteristica nominale”, cioè quella dichiarata dal costruttore (di solito linearizzata o mediata su un intero lotto di produzione), e la curva “caratteristica reale” che, come detto, si ottiene per taratura dello strumento.

La *taratura* dello strumento può essere, allora, definita come l’insieme delle operazioni che consentono di stabilire, sotto specificate condizioni, le relazioni tra i valori in uscita indicati da uno strumento e i corrispondenti valori in ingresso noti del misurando. Questa può essere effettuata:

- per confronto, quando i valori noti del misurando sono determinati mediante un confronto con un altro strumento di misura di classe superiore e riferibile direttamente, o indirettamente, al Sistema Internazionale;
- mediante punti fissi, quando, per mezzo di particolari dispositivi, si genera un assegnato valore del misurando che può considerarsi noto a priori (a meno dell’incertezza con cui si riesce a produrre stabilmente e uniformemente il misurando stesso ed ovviamente dell’incertezza sul valore del punto fisso).

La taratura è, a rigore, l’unica operazione che consente di ottenere la “riferibilità” delle misure prodotte da uno strumento.

La taratura statica di uno strumento esige la perfetta costanza nel tempo di tutte le grandezze interagenti, compresa quella di misura; quest’ultima viene però fatta variare facendole assumere un numero di valori predeterminati sufficienti a definire con buona approssimazione l’intera curva di taratura.

L’operazione matematica che consente di risalire alla curva di taratura da un numero discreto di coppie ingresso-uscita consiste, di solito, in una regressione.

L’operazione di taratura presuppone:

- la perfetta conoscenza della strumentazione e dell’ambiente di misura, per determinare tutte le possibili cause di influenza e la

- conseguente valutazione dei loro “pesi relativi”, mediante la legge di propagazione;
- la disponibilità di mezzi e strumenti per il controllo e la misura di tali grandezze di influenza.

Una relazione di taratura statica vale: per un assegnato campo di impiego, per definite condizioni ambientali, e in un limite di validità temporale (funzione della stabilità dello strumento).

La strumentazione è di norma soggetta, durante la sua vita, a periodiche verifiche di taratura, talvolta integrate da operazioni di calibrazione, consistenti in aggiustaggi di scala ottenuti simulando in ingresso un misurando di entità nota.

Poiché l'operazione di taratura, cioè il confronto tra i valori misurati dallo strumento X e quelli misurati dal campione X_n , avviene di solito per un numero discreto di valori del misurando X , la taratura di uno strumento può essere fornita nei seguenti modi:

- a) mediante una curva o una tabella dell'errore sulla caratteristica E al variare del misurando:

$$E = X - X_{rv} \quad (23)$$

- b) mediante una curva o una tabella di correzione sulla caratteristica K al variare del misurando:

$$K = X_{rv} - X \quad (24)$$

- c) tramite il cosiddetto coefficiente di taratura C , definito dalla:

$$C = \frac{X_{rv}}{X} \quad (25)$$

Xrv [°C]	X [°C]	E [°C]	S _X [°C]
20.16	19.96	-0.20	0.01
13.20	13.36	0.16	0.01
7.02	7.16	0.14	0.02
2.09	2.33	0.24	0.01
-4.64	-4.34	0.30	0.03
-10.29	-10.16	0.14	0.02
-17.99	-18.65	-0.66	0.01

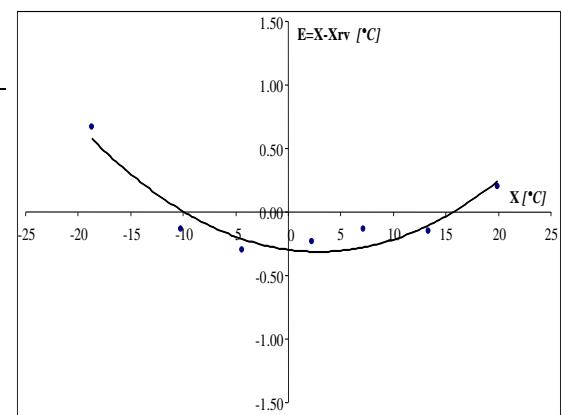


Fig. 13 – Tabella e curva di taratura di un igrometro a punto di rugiada

Il valore esatto della misura si ottiene: nel caso a) sottraendo al valore misurato l'errore; nel caso b) sommando la correzione K al valore misurato; nel caso c) moltiplicando il valore misurato X per il coefficiente di taratura C .

A titolo di esempio in figura 13 viene riportato un certificato di taratura tipo a), dove ad ogni valore di X corrisponde un valor medio dell'errore sulla caratteristica. La curva interpolante viene generalmente ottenuta mediante una regressione lineare con una curva polinomiale del 1° o del 2° ordine.

La curva caratteristica non esaurisce, però, le caratteristiche metrologiche statiche di uno strumento di misura. Nel seguito sono riportate, quindi, le definizioni dei principali parametri metrologici statici.

Il *campo di misura* (in inglese: “measurement range”) definisce i limiti entro i quali può variare la grandezza d’ingresso affinché il sensore funzioni secondo le specifiche fissate.

Il *campo di sicurezza*, solitamente più ampio del campo di misura, definisce i limiti di variazione del segnale d’ingresso entro i quali il sensore non subisce danni.

Riguardo al segnale d’uscita, è possibile definire il *campo di normale funzionamento* del sensore come il campo dei valori del segnale d’uscita corrispondenti ai valori del segnale d’ingresso compresi all’interno del campo di misura.

Si individuano, inoltre, i *valori estremi* del segnale d'uscita come i valori più elevati assunti da quest'ultimo quando il segnale d'ingresso varia all'interno del campo di sicurezza.

Ovviamente, il funzionamento del sensore secondo la funzione di trasferimento è garantito solo all'interno del campo di misura per il segnale d'ingresso e, corrispondentemente, all'interno del campo di normale funzionamento per il segnale d'uscita. Al di fuori di tali limiti, ma all'interno del campo di sicurezza, la funzione di trasferimento può risultare alterata, mentre al di fuori del campo di sicurezza è probabile il danneggiamento del sensore.

Il limite superiore del campo di misura viene definito *portata*, con un corrispettivo inglese nel vocabolo “*full scale*” (FS). Il termine inglese “*span*” rappresenta, invece, il rapporto tra i valori estremi del campo di misura (ad es. 10:1, 100:1, ecc.). Si noti che tale rapporto talvolta viene riportato, in dizione anglosassone, sotto il nome di “*rangeability*”.

La *sensibilità statica* (sensitivity) è il rapporto tra la variazione della grandezza in uscita e quella in ingresso $S=\Delta Y/\Delta X$, rapporto che, se la curva caratteristica è derivabile, diventa $S=dY/dX$. La condizione migliore è, ovviamente, quella a sensibilità costante, cioè di curva caratteristica lineare; se ciò non avviene bisogna definire la sensibilità in ogni punto del campo di misura. Si noti che il concetto di sensibilità ha insito un concetto di amplificazione e che coincide con quest'ultimo solo quando le due grandezze in ingresso e in uscita hanno le stesse dimensioni.

Bisogna infine sottolineare che la sensibilità non va confusa con la “*soglia di sensibilità*” che, come già detto, è la più piccola variazione della grandezza di misura capace di provocare una *risposta percettibile*, anche se non quantizzabile, dello strumento, e che viene anche detta *risoluzione*, (resolution). Quest'ultima non va a sua volta confusa con la *leggibilità*, che è invece la più piccola variazione apprezzabile sull'asse delle letture, o, nel caso di strumenti a lettura digitale, con la cosiddetta “*risoluzione*”, che è la quantità corrispondente alla variazione unitaria della cifra meno significativa (ultimo “*digit*”). È il caso di ricordare che, quando il sensore funziona intorno allo zero, al termine *risoluzione* si preferisce spesso il termine *soglia* (threshold), intendendo così il valore *minimo* del misurando che fornisce un'uscita apprezzabilmente diversa da zero (si suppone che a misurando nullo corrisponda uscita nulla). A volte

si definisce anche l'uscita con misurando nullo (zero-measurand output, oppure offset), termine che non ha bisogno di precisazioni.

Ai su elencati parametri, caratteristici del comportamento statico di uno strumento di misura, vanno aggiunti quelli già introdotti di ripetibilità, accuratezza e precisione che permettono la completa definizione metrologica dello strumento stesso.

La *ripetibilità* (repeatability) è quella caratteristica metrologica che definisce la capacità di uno strumento di misura a fornire indicazioni concordi in risposta a condizioni di ingresso (condizioni di misura) costanti e consecutive. Questa qualità è, quindi, strettamente legata al valore dello scarto quadratico medio, s , di una serie di misure ottenute in condizioni costanti, ed uno strumento è tanto più ripetibile quanto più piccolo è il valore di s .

Un concetto analogo a quello di ripetibilità è quello di *stabilità* (stability); la differenza tra i due è che quest'ultimo estende nel tempo l'attitudine dello strumento a fornire risultati poco dispersi nelle medesime condizioni di misura. La stabilità è infatti la capacità del trasduttore di conservare inalterate le sue caratteristiche di funzionamento per un intervallo di tempo relativamente lungo. A seconda dei casi, si suole parlare di mesi (stabilità a medio termine), o di anni (stabilità a lungo termine). Ad ogni modo, con la stabilità si mette in evidenza la variabile d'influenza tempo, mentre con la ripetibilità si tiene conto degli effetti delle altre grandezze d'influenza nella loro variabilità a breve termine. La stabilità viene espressa specificando la massima variazione che si può verificare nell'uscita (in valore assoluto, relativo o ridotto), a parità di misurando e di condizioni operative, entro un determinato intervallo di tempo. Può anche essere espressa in unità di misura del misurando, considerandola legata alla stabilità riferita all'uscita tramite la curva di taratura. A volte è usato il termine *deriva* (drift), con significato più o meno equivalente. Viene anche usato, con riferimento all'uscita con misurando nullo, il termine *deriva dello zero* (zero shift oppure offset drift).

Altro concetto molto importante è quello della *non linearità* che fornisce un'indicazione di quanto la curva di taratura si discosti dall'andamento rettilineo. È specificata fornendo il valore massimo dello scostamento dei singoli punti della curva di taratura da una retta di riferimento. Si definiscono, dunque, tanti tipi di linearità quanti sono i modi di scegliere la retta di riferimento. In particolare, le definizioni più interessanti sono le seguenti:

- *linearità riferita allo zero* (zero based linearity): la retta di riferimento passa per l'estremo inferiore della curva di taratura, corrispondente all'estremo inferiore del campo di misura, ed è tracciata in modo da rendere minimo il più elevato (in valore assoluto) degli scostamenti;
- *linearità riferita agli estremi* (end point linearity): la retta di riferimento congiunge i due estremi della curva di taratura corrispondenti ai due estremi del campo di misura;
- *linearità secondo i minimi quadrati* (least squares linearity): la retta di riferimento è quella che corrisponde al valor minimo della somma dei quadrati degli scostamenti;
- *linearità indipendente* (independent linearity): la retta di riferimento è quella che rende minimo il più elevato (in valore assoluto) degli scostamenti.

Quale che sia la retta a cui si fa riferimento, la non linearità, cioè il massimo scostamento, viene espressa di regola o in valore relativo o, più spesso, in valore ridotto.

L'*isteresi* è invece la massima differenza fra i valori della grandezza d'uscita corrispondenti al medesimo misurando, quando si considerano tutti i possibili valori entro il campo di misura, ed ogni valore viene raggiunto, prima partendo dall'estremo inferiore e poi partendo dall'estremo superiore. Così definita, l'isteresi ingloba anche l'incertezza dovuta alla risoluzione. A volte i due fenomeni vengono divisi e al termine isteresi si attribuisce il significato di differenza fra l'isteresi nel senso da noi definito e la risoluzione. Essa viene espressa specificando la variazione massima che si può verificare nell'uscita (in valore assoluto, relativo o ridotto), a parità di misurando e di condizioni operative, entro un determinato intervallo di tempo.

L'*accuratezza* (precision) è un concetto legato alla presenza di più errori sistematici dello strumento di misura. Essa è definibile come differenza in valore e segno tra il valore ritenuto vero e la media di una serie di misure. Uno strumento è tanto più accurato quanto più la media di una serie di misure da esso effettuate è vicina al valore ritenuto vero, cioè al valore ottenuto come media di una serie di misure effettuate con uno strumento campione.

La *precisione* (accuracy), infine, è una caratteristica metrologica globale che sintetizza i due concetti di ripetibilità ed accuratezza espressi in precedenza. Essa, infatti, è l'attitudine dello strumento a fornire una misura con il minimo errore rispetto al valore ritenuto

vero e con una elevata ripetibilità. La precisione è, quindi, legata al valore dell'incertezza composta estesa.

La figura 14 sintetizza con chiarezza la differenza che esiste tra le tre ultime caratteristiche metrologiche su riportate; in essa sono, inoltre, riportati i termini inglesi e francesi che corrispondono ai termini italiani, in quanto, come è evidente, è possibile una certa confusione nella traduzione.

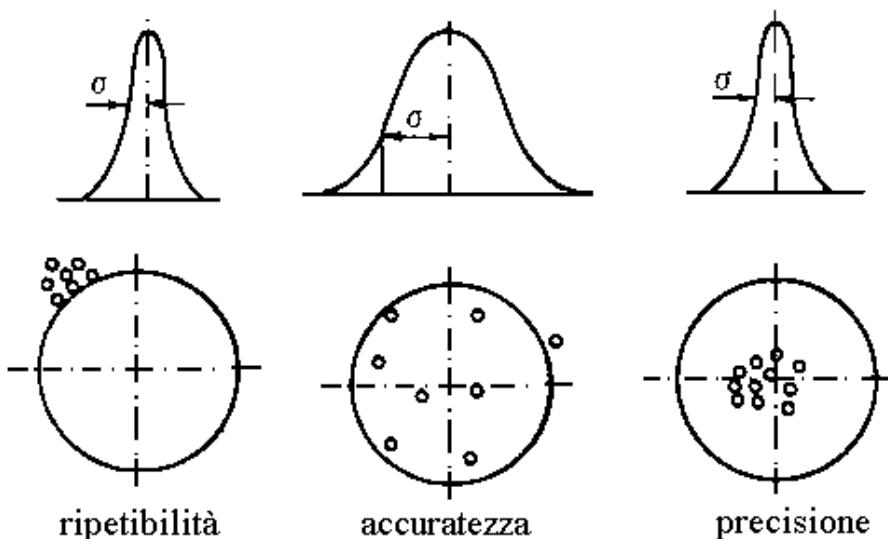


Fig. 14 - Ripetibilità, accuratezza e precisione di uno strumento

Va infine sottolineato che nella norma UNI 4546 (Misure e misurazioni – Termini e definizioni fondamentali) non sono contemplati i termini accuratezza e precisione che, invece, sono di solito riportati dai costruttori nelle specifiche tecniche dei cataloghi.

Tutte le caratteristiche metrologiche fin qui menzionate sono garantite quando ogni grandezza d'influenza è contenuta entro una determinata fascia di valori. Si definiscono, dunque, *condizioni di riferimento* (reference operating conditions), l'insieme delle fasce di valori delle grandezze d'influenza in corrispondenza delle quali sono valide le specifiche metrologiche riassumibili nella funzione di taratura. In inglese spesso si usa anche il termine "environmental conditions", con significato più o meno equivalente. In molti tipi di

norme, nazionali e internazionali, anziché parlare di “funzione di taratura”, in modo praticamente equivalente si parla di “funzione di conversione nominale” e di “errore intrinseco” (intrinsic error), introducendo anche le condizioni di riferimento, sostanzialmente con lo stesso significato da noi attribuito.

Molto spesso è interessante conoscere il comportamento del sensore al di fuori delle su definite condizioni di riferimento; si definisce, allora, per ogni grandezza d'influenza, la relativa funzione d'influenza, cioè l'informazione su come agisce una determinata grandezza d'influenza su una delle caratteristiche metrologiche. Questa funzione può essere fornita con una curva, o con uno o più valori numerici, ciascuno dei quali, in un determinato campo di valori, esprime la sensibilità, rispetto alle variazioni della grandezza d'influenza, della caratteristica metrologica considerata. Tipica è la sensibilità termica (thermal sensitivity).

Per esempio, si può esprimere l'effetto della variazione di tensione della sorgente di alimentazione ausiliaria sulla costante di taratura mediante un coefficiente del tipo $-0.1\%/\text{V}$, volendo significare che l'aumento di un volt nella tensione di alimentazione provoca una diminuzione della costante di taratura pari a 0.1%. Per ogni grandezza d'influenza, associato al concetto di funzione d'influenza c'è ovviamente quello del campo di validità, che va sotto il nome di (normal operating range). Infine, all'insieme di questi campi si dà il nome di *condizioni di normale funzionamento*.

3.2. La caratterizzazione dinamica degli strumenti di misura

Le caratteristiche metrologiche finora descritte si riferiscono a condizioni di misura statiche, nelle quali il valore del misurando rimane costante. Quando la grandezza di misura è invece variabile nel tempo, le caratteristiche metrologiche da considerare sono quelle di tipo dinamico.

È, infatti, esperienza comune che uno strumento di misura, bruscamente sottoposto a condizioni di misura costanti ma diverse da quelle iniziali, non raggiunge istantaneamente le condizioni di equilibrio, presentando un ritardo nella risposta dovuto ai tempi caratteristici di propagazione delle differenti forme di energia che vengono scambiate tra sensore e misurando (ambiente di misura) durante il processo di misura. Esempio classico è quello di un termometro a riempimento immerso rapidamente in un bagno a temperatura più elevata: occorrono alcuni minuti (tempo di risposta) prima che la colonna di liquido termometrico (mercurio, alcool, ecc.) indichi il valore esatto della temperatura del bagno. Pertanto, si definisce prontezza o *tempo di risposta* (response time) di uno strumento il tempo impiegato a raggiungere le condizioni di equilibrio.

È evidente che questo parametro non è sufficiente a caratterizzare il comportamento dinamico di uno strumento di misura in quanto, per come è stato definito, è caratteristico solo della variazione a gradino del misurando (i.e. della situazione descritta di immersione del termometro in un bagno a temperatura diversa) e, come vedremo, della presenza nello strumento dei soli effetti connessi alla velocità di propagazione dell'energia termica.

Volendo approfondire l'argomento è necessario esaminare la relazione che lega il generico segnale di ingresso, $X(\tau)$, alla funzione $Y(t)$ a sua volta tempovariante, di un generico strumento di misura, al variare del tempo τ .

Questa relazione è rappresentabile mediante un'equazione differenziale di ordine n-esimo a coefficienti costanti (a_i, b_i) del tipo:

$$a_n \frac{d^n Y}{d\tau^n} + \dots + a_1 \frac{dY}{d\tau} + a_o Y = b_n \frac{d^m X}{d\tau^m} + \dots + b_1 \frac{dX}{d\tau} + b_o X \quad (26)$$

che è facilmente riconducibile ad una forma del tipo:

$$a'_n \frac{d^n y}{d\tau^n} + \dots + a'_1 \frac{dy}{d\tau} + y = b'_n \frac{d^m x}{d\tau^m} + \dots + b'_1 \frac{dx}{d\tau} + x \quad (27)$$

dove $y(\tau)$ e $x(\tau)$ rappresentano rispettivamente le funzioni di uscita (valore misurato) ed ingresso (misurando) normalizzate rispetto ai valori iniziali (X_0, Y_0):

$$y = \frac{Y}{Y_0}; \quad x = \frac{X}{X_0}$$

con

$$\frac{Y_0}{X_0} = \frac{b_o}{a_o}$$

dove a_0/b_0 è la sensibilità (statica).

Per la maggior parte degli strumenti di misura l'equazione differenziale lineare di ordine n su riportata si riduce o ad un'equazione di primo ordine del tipo:

$$a'_1 \frac{dy}{d\tau} + y = x \quad (28)$$

o ad un'equazione del secondo ordine:

$$a'_2 \frac{d^2y}{d\tau^2} + a'_1 \frac{dy}{d\tau} + y = x \quad (29)$$

con a'_2, a'_1 costanti.

Un'equazione del tipo (28) è caratteristica del comportamento degli strumenti detti del primo ordine, nei quali la risposta temporale dello strumento è condizionata solo dai tempi caratteristici di propagazione (ad esempio inerzia termica) di quell'unica forma di energia scambiata tra misurando e sensore.

Invece un'equazione del tipo (29) caratterizza il comportamento degli strumenti detti del secondo ordine, all'interno dei quali sono possibili scambi di energia sia di tipo conservativo (energia cinetica e potenziale) che di tipo dissipativo (effetti viscosi). Nelle equazioni descriventi il comportamento di questi ultimi strumenti sono quindi presenti, oltre ai termini di primo ordine, che descrivono gli effetti di propagazione sopra citati, anche termini di secondo ordine, che tengono conto degli accumuli e dei rilasci interni di energia con trasferimenti reversibili tra gli stessi e, quindi, con l'instaurarsi di possibili fenomeni oscillatori.

Per quanto riguarda il misurando $x(\tau)$, tra le definite possibili variazioni temporali, si può, utilizzando i risultati dell'analisi di Fourier, fare riferimento alle sole variazioni a gradino, lineare e sinusoidale, che, una volta normalizzate, sono rispettivamente rappresentabili dalle:

$$x(\tau) = \begin{cases} 0 & \text{per } \tau < 0 \\ 1 & \text{per } \tau > 0 \end{cases} \quad \text{variazione a gradino}$$

$$x(\tau) = \begin{cases} 0 & \text{per } \tau < 0 \\ c_0 \cdot \tau & \text{per } \tau > 0 \end{cases} \quad \text{variazione lineare}$$

$$x(\tau) = \sin(\omega \cdot \tau) \quad \text{variazione sinusoidale}$$

Per un sistema lineare a coefficienti costanti (sia del primo ordine che del secondo ordine), vale infatti il principio di sovrapposizione degli effetti, cioè la risposta alla generica sollecitazione $x(\tau) = x_1(\tau) +$

$x_2(\tau) + \dots + x_n(\tau)$ (segnali in ingresso) può calcolarsi come somma delle risposte (segnali in uscita) $y(\tau) = y_1(\tau) + y_2(\tau) + \dots + y_n(\tau)$.

Le risposte degli strumenti di misura sono, quindi, le soluzioni delle equazioni differenziali su poste per le condizioni ai limiti descriventi le suddette variazioni (a gradino, lineare, sinusoidale) del misurando.

Pertanto, per la citata sovrapposizione degli effetti, è sempre possibile, conoscendo le risposte degli strumenti alle singole variazioni del misurando a gradino, lineare e sinusoidale, determinare le risposte a segnali comunque variabili nel tempo ma sempre riconducibili ad una somma di queste tre tipologie (teoria dei controlli).

Nel seguito verrà dato solo un cenno al comportamento dinamico degli strumenti di misura del primo ordine, rimandando a testi specialistici lo studio del comportamento dinamico di un sistema del 2° ordine.

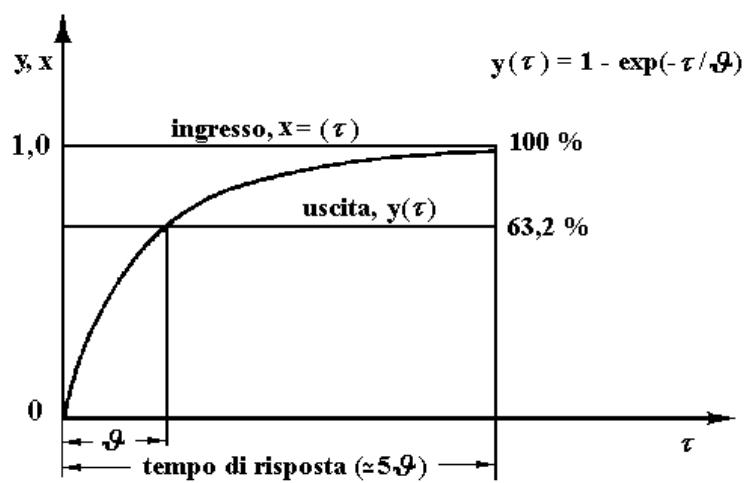
In Fig.15 sono riportate le risposte di uno strumento del primo ordine, rispettivamente, ad una variazione del misurando $i(\tau)$ a gradino, lineare, sinusoidale. È facile notare che il parametro che unifica il comportamento dinamico dello strumento è la costante di tempo (time constant) θ , che è definibile, nel caso di variazione a gradino, come il tempo impiegato dallo strumento a raggiungere il 63.2% del valore del misurando.

La costante di tempo θ , insieme alla sensibilità (statica), a_o/b_o , dello strumento caratterizza completamente il comportamento dinamico di uno strumento del primo ordine.

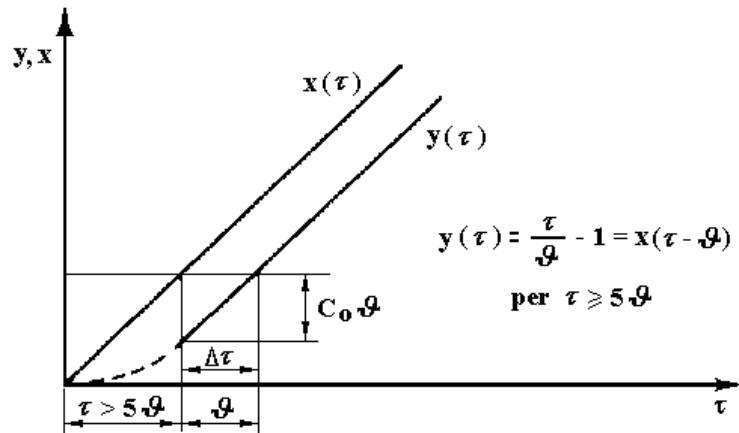
Bisogna, infine, sottolineare che in uno strumento del primo ordine il valore del “classico” tempo di risposta o prontezza (tempo di equilibrio tra misurando e sensore, teoricamente infinito e definibile solo nel caso di variazione a gradino del misurando), è legato al valore della *costante di tempo* θ da una relazione del tipo:

$$\text{Tempo di risposta} = 4 \div 5 \theta$$

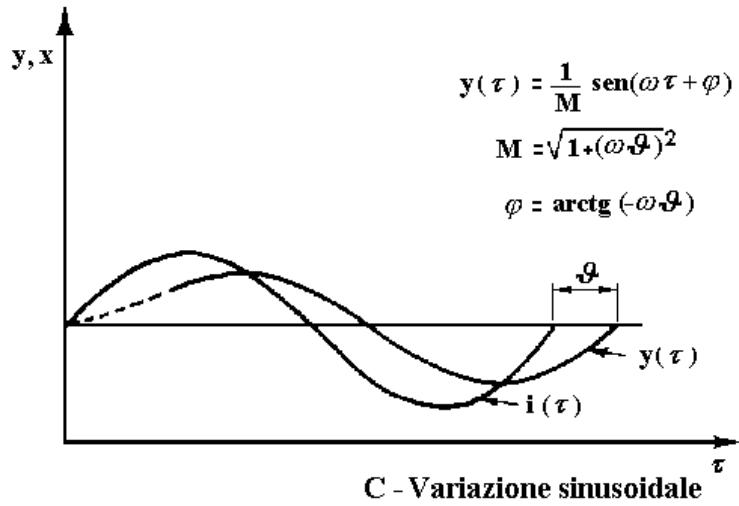
La scelta del valore numerico (4-5) è ovviamente legata allo scarto, definito a priori, accettabile tra misurando e sensore (4 = 98.3%, 5 = 99.9%, ...).



A - Variazione a gradino



B - Variazione lineare



C - Variazione sinusoidale

Fig.15 – Risposte di uno strumento di misura del primo ordine rispetto a: (A) un ingresso a gradino; (B) un ingresso lineare; (C) un ingresso sinusoidale.

Esempi di sistemi del primo ordine

Classici esempi di strumenti di misura del primo ordine sono i termometri a riempimento di liquido e le termocoppie senza guaina di protezione. Infatti, l'equazione di bilancio dell'energia riferita al sensore (bulbo del termometro e riempimento o giunto termocoppia), nel caso di una rapida immersione in un bagno termostatico a temperatura T_a maggiore di quella iniziale T , del sensore, può scriversi:

variazione della energia interna = potenza termica scambiata tra sensore e fluido

$$dU = m \cdot c(T_{sf} - T_{si}) = -h_c A(T_s(\tau) - T_a) d\tau$$

dove:

U = energia interna [J];

m = massa del sensore [kg];

c = calore specifico del materiale costituente il sensore [J/kg K];

T_s = temperatura del sensore (supposta uniforme, i.e. $Bi < 0.1$) [K];

h_c = coefficiente medio di scambio termico convertito (supponendo nulli i contributi di scambio termico radiativo) [W/m²K];

T_a = temperatura ambiente (bagno termostatico) [K];

τ = tempo [s];

A = superficie di scambio termico [m²];

e con i pedici "i" ed "f" si vogliono indicare le condizioni iniziali e finali.

Il segno meno nella relazione sopra indicata è dovuto alla convenzione di ritenere positivo il flusso termico entrante nel sistema ($dU > 0$), rappresentato in questo caso dal bulbo del termometro, o dal giunto della termocoppia.

Raggruppandolo e ponendo la costante di tempo θ pari a:

$$\theta = \frac{m \cdot c}{h_c A}$$

si ottiene

$$\theta \frac{d T_s(\tau)}{d\tau} + T_s(\tau) = T_a$$

Il termine θ , costante di tempo del sistema, ha le dimensioni di un tempo e, come detto, caratterizza, insieme alla sensibilità statica, il comportamento dinamico dello strumento di misura.

Adimensionalizzando la relazione ottenuta tramite la temperatura adimensionale T^* :

$$T^* = \frac{T_s(\tau) - T_i}{T_a - T_i}$$

si ottiene:

$$\theta \frac{dT_s^*}{d\theta} + T_s^* = T_a^*$$

che va integrata con la condizione iniziale

$$T_s^* = 0 \quad \text{per } \tau = 0$$

fornendo la soluzione:

$$T_s^* = 1 - \exp(-\tau / \theta)$$

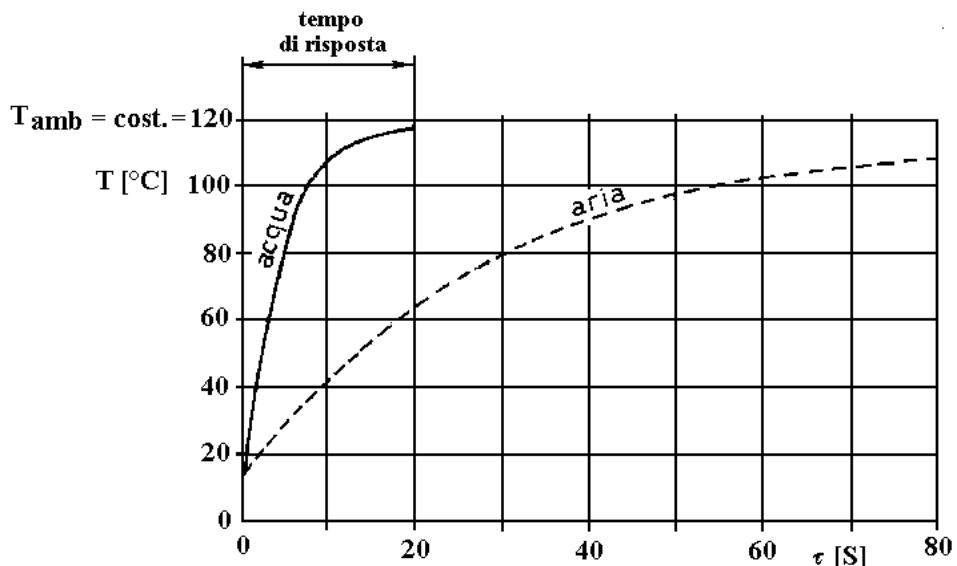


Figura – Curva di risposta di un sensore di temperatura (termocoppia) nel caso di immersione (variazione a gradino del misurando) in acqua ed aria.

La risposta di un sensore di temperatura (termometro o termocoppia), ad un'immersione istantanea in un ambiente termostatato, a temperatura diversa da quella del sensore (variazione a gradino del misurando), è quindi rappresentabile come in figura.

Nel caso specifico di questi strumenti di misura della temperatura, la costante di tempo ha un significato fisico di rapporto tra la capacità termica del sensore ($C = mc$), cioè la sua attitudine ad accumulare energia termica, e la conduttanza termica superficiale ($h_e A$) dell'accoppiamento sensore-fluido, e cioè la capacità dell'ambiente di misura di trasmettere calore.

Tale parametro, θ , caratterizza (nell'ipotesi di resistenza termica interna del sensore trascurabile, i.e. $Bi < 0.1$ plausibile per sensori di piccole dimensioni), la prontezza del sistema. Va sottolineato che la costante di tempo θ non è solo una proprietà del sensore, ma dipende anche dall'accoppiamento sensore-ambiente di misura (per il solo cambiamento tra acqua ed aria come fluido di immersione, a parità di tutte le altre condizioni, la capacità di scambio varia, di norma, da 1 a 10 volte. La capacità di scambio dell'ambiente di misura con il sensore può variare anche di 100:1, se invece di fluido fermo si passa a fluido in moto).

Questa è la ragione per la quale le costanti di tempo dei sistemi di misura della temperatura dovrebbero essere riportate nei cataloghi dei costruttori con valori indicativi degli ordini di grandezza, oppure in riferimento a condizioni limite, quali ad esempio immersione in aria in convezione naturale (bassi valori di h_e) ed acqua in convezione forzata (elevati valori di h_e , di solito riferiti a velocità del fluido dell'ordine di $w = 1.0 \text{ m/s}$).

I parametri dinamici su riportati non esauriscono completamente la caratterizzazione dinamica di uno strumento di misura. Data la complessità dei sistemi dinamici del secondo ordine, o di ordini superiore si rimanda, tuttavia, a testi specialistici la trattazione estesa dei parametri connessi a tali strumenti.

3.3. La gestione degli strumenti di misura

Le sempre più stringenti esigenze di controllo della qualità dell'industria sollecitano da parte degli addetti ai lavori una maggiore attenzione verso quei fattori che rivestono un ruolo critico nella gestione e nella valutazione della stessa. Paradossalmente il settore della strumentazione di misura risulta come si evince da recenti indagini, molto spesso trascurato o trattato in modo inadeguato.

Il problema della gestione delle apparecchiature di controllo, misure e collaudo (nel seguito denominate ACMC), in regime di assicurazione della qualità, è affrontato in diversi documenti e norme (a tal fine si citano le norme: ISO 9001; ISO 10012/1; ISO 10012/2).

Le nuove norme ISO 9000/2000 dedicano il capitolo 8 “Measurement Analysis and Improvement” al problema della misurazione passando da una gestione della strumentazione in conformità a quella cosiddetta “in qualità”. Il problema della misura non viene più affrontato assicurando la conformità della strumentazione, ma guardando la misura nel suo complesso. In altre parole i requisiti della vecchia norma ISO 9000, di seguito comunque riportati, non devono essere recepiti in modo acritico, ma come strumenti che possono concorrere al miglioramento della qualità ed alla soddisfazione del cliente nell'ottica di un miglioramento continuo.

In tale ottica, le norme ISO 10012/1 e 10012/2 definiscono, più che vincoli da soddisfare, utili indicazioni per la soluzione delle problematiche introdotte dalla ISO 9001.

Il vecchio requisito 4.11 della ISO 9001 “Apparecchiature di controllo, misura e collaudo”, affrontato in modo completamente diverso dalla nuova normativa, risulta pertanto ancora interessante se guardato come mezzo e non come fine. Esso parla espressamente della qualità degli strumenti di misura e delle caratteristiche cui le ACMC debbono sottostare.

In particolare, il requisito 4.11 delle ISO 9001 era suddiviso in 10 sottopunti contrassegnati dalle lettere da a) a j); per ciascuno di essi viene effettuata nel seguito una analisi approfondita delle problematiche di applicazione.

Criteri di scelta delle ACMC (4.11 punti a, d)

Il fornitore deve “identificare le misure da effettuare, l’accuratezza richiesta e scegliere le **ACMC** (apparecchiature di controllo, misure e collaudo) adatte”. Il fornitore deve inoltre “assicurare che le **ACMC** siano in grado di dare l’accuratezza e la precisione richiesta”.

Le **ACMC** (apparecchiature di controllo, misure e collaudo) devono essere scelte in maniera oculata, tenendo conto di diversi fattori quali:

- necessità di garantire ripetibilità e riproducibilità della misurazione;
- necessità di ottimizzare il rapporto costo/efficienza; ovvero scegliere le **ACMC** in base alle prestazioni richieste (sensibilità, campo di misura, etc.), ed in maniera che l’incertezza delle **ACMC** sia compatibile con l’incertezza da misurare; dal punto di vista pratico questo si ottiene se l’incertezza delle **ACMC** è almeno un decimo di quella da misurare.

Scelta apparecchiature da tarare, intervalli di taratura, catena metrologica (4.11 b)

Il fornitore deve “identificare, tarare e mettere a punto tutte le apparecchiature e dispositivi di controllo, misura e collaudo che possono influire sulla qualità del prodotto; queste operazioni devono essere eseguite ad intervalli di tempo prefissati”.

Al fine della *scelta delle apparecchiature da tarare* si può ricorrere ad una classificazione di massima di un parco **ACMC**, prevedendo quattro raggruppamenti generali:

- apparecchi per misurazioni di grandezze riferibili: devono essere inseriti in un piano di taratura sistematico;
- apparecchi per misurazioni di grandezze non riferibili: sono relativi a grandezze non direttamente riferibili a campioni riconosciuti; per essi devono essere elaborate specifiche procedure di taratura;
- dispositivi e sistemi di prova/collaudo: devono essere tarati sistematicamente, come sistemi completi o considerando le singole apparecchiature che li costituiscono;
- complessi di controllo e regolazione: sono costituiti da strumenti, apparecchiature etc., inserite permanentemente su macchine di prova o di produzione, a scopo di indicazione e/o

regolazione dei parametri di processo; per questi risulta sufficiente controllare le caratteristiche di ripetibilità; la loro verifica sistematica rientra peraltro nell'attività di manutenzione ordinaria della macchina stessa.

Per quanto concerne la scelta degli *intervalli di taratura* (o di convalida), nessuna apparecchiatura di misura rimane in uno stato stabile: anche se essa è conservata senza essere usata, vi possono comunque essere cambiamenti dovuti a fenomeni fisici o chimici naturali che ne alterano le caratteristiche metrologiche. L'intervallo tra le tarature non è di semplice determinazione; esso varia da caso a caso e va stabilito in accordo con le istruzioni del fabbricante, tenendo conto della delicatezza delle apparecchiature, della frequenza e condizioni di impiego, della complessità e criticità delle misure, delle specifiche tecniche di costruzione, ecc.

A tale riguardo l'appendice A della norma ISO 10012/1 suggerisce cinque metodi per la messa a punto degli intervalli di taratura: regolazione automatica o "a scala", carte di controllo, tempi di calendario, tempi di utilizzazione, metodo delle prove in servizio o "della scatola nera". È comunque consigliabile provvedere a taratura indipendente dall'eventuale intervallo precedentemente fissato, in caso di condizioni particolari quali:

- **ACMC** nuove;
- **ACMC** dopo interventi di riparazione o modifica;
- **ACMC** con sigillo di taratura danneggiato o manomesso.

Infine, per quanto concerne la *catena di riferibilità metrologica* si intende la successione ininterrotta di confronti di taratura con strumenti aventi valori di incertezza sempre decrescente, partendo dal singolo strumento, fino ad arrivare al campione di più alto livello gerarchico (campioni nazionali o internazionali riconosciuti).

L'allestimento di una catena metrologica prevede come primo passo l'identificazione di un campione di riferimento (non necessariamente in dotazione all'azienda), con incertezza inferiore a quella dello strumento da tarare; il rapporto (incertezza del campione) / (incertezza dello strumento da tarare), conosciuto anche come TUR (Test Uncertainty Ratio), dovrebbe essere, secondo la ISO 10012/1, di almeno un terzo o preferibilmente un decimo.

Una catena metrologica prevede, per ciascun settore di misura, delle grandezze d'interesse:

- all'esterno dell'azienda: i campioni nazionali o primari o di prima linea (presso gli Istituti Metrologici Primari), e quelli secondari o di seconda linea (presso centri SIT);
- all'interno dell'azienda: un campione di riferimento e uno o più campioni di lavoro (in funzione della numerosità del parco strumenti da tarare).

Infine, giova ricordare che il numero di passaggi lungo una catena metrologica deve ridursi al numero minimo possibile per ridurre il contributo di incertezza associato ad ognuno di essi.

Procedure di taratura (4.11 c)

Il fornitore deve “predisporre ed applicare procedure scritte di taratura, fornendo tra l'altro informazioni dettagliate sul tipo di apparecchiatura, il numero di identificazione, l'ubicazione, la frequenza dei controlli, i metodi di controllo, i criteri di accettazione, ed i provvedimenti da adottare qualora i risultati non fossero soddisfacenti”.

Per ogni tipo di apparecchiatura vanno predisposte ed adottate opportune procedure di taratura, che comprendano le informazioni richieste dalla norma (caratteristiche metrologiche, campioni necessari, modalità operative), e tengano conto, oltre che delle istruzioni dei costruttori, anche delle normative esistenti. Le procedure vanno tenute a disposizione nei luoghi dove si effettuano le tarature ed utilizzate da personale adeguatamente addestrato. Di solito, per le **ACMC** (apparecchiature di controllo, misure e collaudo) commerciali tutte le indicazioni relative alle procedure di taratura sono contenute nei rispettivi manuali di istruzione o utilizzo. In questi casi la preparazione di procedure specifiche può essere omessa, riportando opportuni riferimenti ai manuali ed ai campioni necessari direttamente nelle schede di taratura.

Identificazione dello stato di taratura (4.11 e)

Il fornitore deve “identificare le **ACMC** con appropriato contrassegno o tramite documenti di identificazione approvati per evidenziare lo stato di taratura”.

Lo stato di taratura delle apparecchiature deve essere sempre chiaramente individuato in modo da permettere un’immediata verifica che le apparecchiature utilizzate siano state validamente tarate. È inoltre opportuno, ove possibile, che sia evidenziata la data di scadenza della taratura e le eventuali limitazioni d’uso e quelle per le quali non è previsto un piano di taratura e/o di manutenzione.

Schede di taratura e registrazione dati di taratura (4.11 f)

Il fornitore deve “conservare la documentazione della taratura delle **ACMC**”.

L’operazione di taratura deve essere registrata su documenti appositi (schede di taratura) che riportino, fra l’altro, tutte le informazioni utili a tale scopo quali:

- dati identificazione apparecchiatura;
- caratteristiche metrologiche (incertezza, campo di misura, sensibilità, etc.);
- risultati delle tarature effettuate;
- intervallo di taratura assegnato;
- data prevista della prossima taratura.

Inoltre, è necessario, anche se non chiaramente specificato dalla ISO 9001, che i risultati dell’operazione di taratura siano registrati evidenziando i valori riscontrati e non solamente l’esito dell’operazione, in casi particolari come:

- strumento soggetto a deriva/usura;
- **ACMC** utilizzate per la certificazione o taratura di altre **ACMC**;
- **ACMC** che in fase di taratura evidenziano parametri significativamente fuori tolleranza.

In questi casi il sistema deve prevedere sia la registrazione di tali anomalie, sia opportune azioni correttive. Negli altri casi è sufficiente esprimere i risultati delle misurazioni solo come conformità ai requisiti specificati (OK-KO, passa-non passa).

Gestione apparecchiature non conformi e rintracciabilità (4.11 g)

Il fornitore deve “valutare e documentare la validità dei risultati di controlli e collaudi effettuati in precedenza, qualora risultasse che le **ACMC** impiegate fossero fuori tarature”.

Nel caso in cui un'apparecchiatura impiegata per misure ritenute significative, e come tali espressamente identificate, risultasse fuori taratura, devono essere valutati i risultati dei controlli effettuati in precedenza al fine di verificare se, ed in quale estensione, si renda necessario ripetere le misure, oppure riprocessare o scartare i prodotti controllati con apparecchiature fuori taratura. La possibilità di rintracciare tali prodotti, soprattutto nel caso di prodotti particolarmente critici, richiede l'istituzione ed il mantenimento di un sistema di rintracciabilità tra la singola apparecchiatura ed i prodotti con essa controllati.

Condizioni ambientali (4.11 b)

Il fornitore deve “assicurare che le condizioni ambientali siano adatte alle operazioni di taratura, controllo, misura e collaudo”.

Ove le condizioni ambientali possono influire significativamente sulla taratura delle apparecchiature o sulle misure stesse vanno presi adeguati provvedimenti quali:

- creazione di ambienti a condizioni controllate;
- individuazione ed utilizzo di fattori di compensazione che tengano conto della differenza di condizioni ambientali tra il luogo di taratura e quello di utilizzazione.

I parametri da tenere sotto controllo (UNI ISO 10012/1) sono: temperatura, umidità, vibrazioni, polverosità, pulizia, interferenza elettromagnetica.

Quando non sono richiesti valori bassi di incertezza (maggior parte delle realtà industriali), è sufficiente assicurare variazioni di temperatura nel campo 15-35 °C e dell'umidità nel campo 25-75% prevedendo requisiti più restrittivi secondo particolari esigenze. Per misure accurate o attività di taratura le condizioni ambientali dovrebbero corrispondere almeno al clima interno condizionato 23°C e 50%, tolleranza ampia (23 ± 2 °C e $50 \pm 10\%$), con eventuali ulteriori limitazioni per attività di certificazione.

Movimentazione e conservazione (4.11 i)

Il fornitore deve “assicurare che la manipolazione, la custodia e l'ambiente di conservazione delle ACMC siano adatti a mantenere la precisione e l'idoneità richiesta”.

Questa prescrizione della norma implica che vengano fissate le responsabilità e stabilite le modalità per tenere sotto controllo le modalità di immagazzinamento e movimentazione delle apparecchiature (conservazione, prelievo, trasporto, impiego, restituzione, ecc.).

Protezione dalle manipolazioni (4.11 j)

Il fornitore deve evitare che i sistemi di controllo misura e collaudo subiscano manipolazioni che possano pregiudicare la taratura.

Ove vi sia il pericolo che manipolazioni, anche involontarie, possano pregiudicare la taratura, i dispositivi di regolazione delle apparecchiature vanno opportunamente sigillati o protetti.

Il Sistema di Conferma Metrologica dettagliato nella ISO 10012-1 ha lo scopo di assicurare che le misure effettuate con un'apparecchiatura di misura, che è all'interno del suo intervallo di conferma, siano sufficientemente accurate per lo scopo prefissato. Tuttavia, in base all'esperienza, vi è un'alta probabilità che il funzionamento di uno strumento di misura sia ancora corretto allo scadere dell'intervallo di conferma, così come non vi è alcuna salvaguardia contro guasti casuali o danni insospettabili. Inoltre è sempre possibile che persino il più preciso strumento di misura fornisca dati errati se usato in maniera scorretta. Una corretta scrittura delle procedure di misura è senz'altro una salvaguardia contro tale inconveniente, ma non è sempre possibile verificare che le procedure siano seguite correttamente.

Nasce a tale scopo l'esigenza di un controllo del processo di misura, normato dalla ISO 10012-2. I metodi di controllo dei processi di misura, basati sul regolare monitoraggio e sulla analisi dei dati di misura, possono essere applicati utilmente a tutti i livelli della misura, dalla calibrazione dei campioni del Venditore da parte di un laboratorio di metrologia esterno, alle procedure di misura proprie del Venditore stesso. Lo scopo del controllo del processo di misura è di individuare e risolvere problemi di ripetibilità delle misure, così come di compensare, con opportune estrapolazioni e/o correzioni, qualunque deriva riscontrata. È ciò che un tempo veniva definito

come “Measurement Assurance”. Ovviamente esso è maggiormente significativo in sistemi di misura complessi, mentre, per sistemi semplici o non critici, si può ritenere sufficiente il sistema di conferma regolamentato dalla ISO 10012-1.

Per realizzare un controllo dei processi di misura è possibile seguire i seguenti passi:

- identificare dei parametri del processo di misura adatti ad essere analizzati;
- scegliere le tecniche di controllo da utilizzare;
- individuare i più opportuni intervalli di osservazione dei su identificati parametri;
- individuare i limiti di controllo per ognuno dei parametri;
- stabilire le strategie e le procedure da applicare in caso di individuazione di un comportamento anomalo da parte del processo di misura.

Le tecniche di controllo citate dalla ISO 10012-2 sono le verifiche con campioni e/o le carte di controllo. Le prime si basano sulla verifica periodica sul campo dello strumento tramite la misura di un campione di valore noto. Gli scostamenti tra il valore misurato e quello noto per il campione vanno seguiti nel tempo per evidenziare eventuali fenomeni di deriva o eventuali malfunzionamenti. Tra le tecniche che consentono di evidenziare tali problemi può essere utilizzato il metodo delle carte di controllo. Esso consiste nella visualizzazione in un diagramma temporale del parametro sotto osservazione (una misura, una media tra misure, la dispersione di una misura, una verifica con un campione): il superamento da parte del parametro di soglie prefissate segnala un comportamento anomalo del processo di misura. Possono ovviamente essere utilizzate tecniche ancora più sofisticate per il controllo di un processo di misura. In ogni caso particolare importanza hanno, in accordo con la filosofia propria della qualità, le procedure scritte ed il personale responsabile dei controlli e dell'analisi dei risultati.

3.4. La gestione dei laboratori di misura

Alla fine del 1999 l'ISO ha emesso la nuova norma ISO 17025 che riassume in sé i requisiti della precedente Guida ISO 25, della EN 45001 e nello stesso tempo dei requisiti applicabili delle ISO 9000. La ISO 17025 nello stesso tempo aggiorna e scioglie alcuni nodi delle precedenti normative e fornisce un quadro molto dettagliato e globale dei requisiti tecnici e gestionali a cui un laboratorio di taratura e di prova deve fare riferimento.

In particolare, mentre relativamente ai requisiti gestionali la norma EN 45001 richiedeva genericamente un sistema qualità “appropriato al tipo, al livello ed al volume dell'attività di prova eseguita”, la ISO 17025 prescrive precisi requisiti in termini di organizzazione, sistema qualità, controllo della documentazione, riesame delle richieste dei clienti offerte e contratti, subfornitura di prove e tarature, acquisti di servizi e strumenti, reclami, servizi ai clienti, azioni correttive e preventive, controllo delle registrazioni, audit interni e riesame della direzione.

Oltre al recepimento dei requisiti applicabili delle ISO 9000, particolare attenzione viene data all'identificazione di eventuali conflitti di interesse, all'impegno della direzione per la qualità dei servizi resi ai clienti e alla gestione della documentazione.

Allo stesso modo relativamente ai requisiti tecnici la ISO 17025 prescrive, ricalcando i contenuti della ISO Guide 25, precisi requisiti in termini di: personale, sistemazione e condizioni ambientali, metodi di taratura e prova e loro validazione, strumentazione, rintracciabilità delle misure, campionamento, movimentazione della strumentazione in prova, assicurazione della qualità dei risultati e rapporti di prova. La norma introduce però nuovi requisiti in merito alla scelta ed alla validazione dei metodi di prova e taratura, al campionamento, alla riferibilità delle misure ed infine all'assicurazione della qualità dei risultati.

A. Modelli probabilistici e statistici per le misure

*“Sai ched’è la statistica? È ‘na cosa
che serve pe’ fa un conto in generale
de la gente che nasce, che sta male,
che more, che va in carcere e che sposa.*

*Ma pè me la statistica curiosa
è dove c’entra la percentuale,
pè via che, lì, la media è sempre ugnale
puro cò la persona bisognosa.*

*Me spiego: da li conti che se fanno
secondo le statistiche d’adesso
risurta che te tocca un pollo all’anno*

*E se nun entra ne le spese tue,
t’entra ne la statistica lo stesso
perché c’è un altro che ne magna due”*

Trilussa

Il risultato di una misura può intendersi sempre come una variabile casuale o più precisamente la somma di un evento deterministico, che vogliamo misurare, e di altri eventi aleatori sovrapposti che abbiamo definito errori di misura. Pertanto, per effettuare una stima

corretta, sia della grandezza che vogliamo misurare, sia dell'entità degli errori, è necessario applicare correttamente le metodologie statistiche per il trattamento dei dati aleatori (nel caso in cui siamo in grado di effettuare una stima “a posteriori”) oppure la teoria della probabilità (nel caso in cui tale stima debba essere effettuata “a priori”).

Nel seguito vengono esposti in modo funzionale alla teoria della misura le notazioni fondamentali della teoria della probabilità e delle metodologie statistiche per il trattamento dei dati di misura.

A.1 Frequenza e probabilità

Se si prende in considerazione un evento aleatorio discreto, quale ad esempio il lancio di una moneta o di un dado, è possibile associare ad ogni singolo evento (testa o croce nel caso della monetina, 1-6 nel caso del dado) una probabilità di accadimento. Se ciascun evento è equiprobabile la *probabilità* di accadimento risulta pari al numero di eventi favorevoli diviso il numero di eventi possibili. Nel caso del lancio della moneta l'evento “testa” ha una probabilità di accadimento pari a 0.5 (cioè, pari al 50%), mentre nel caso del lancio del dado ciascun numero (i.e., ciascuna faccia) ha una probabilità di accadimento pari a 1/6 (cioè, pari al 16.7%), a meno che la moneta o il dado non siano “truccati” (e.g., la loro simmetria geometrica è stata contraffatta), ovverosia gli eventi su citati non siano equiprobabili.

Ne consegue che la probabilità è un numero compreso tra 0 e 1, in particolare essa è pari a zero quando l'evento è impossibile; risulta invece pari ad uno quando questo risulta certo.

Eppure, se si prende una moneta e la si lancia un numero finito di volte, raramente il numero di volte che si ottiene “testa” è uguale a quello in cui si ottiene “croce”. Il numero di casi in cui l'evento si è manifestato, diviso il numero totale delle prove effettuate, ovvero la *frequenza* dell'evento, risulta diverso dalla probabilità dell'evento stesso. Tale differenza può risultare tanto più grande quanto minore è il numero di prove effettuate. È infatti esperienza comune che, per

quanto un giocatore possa essere fortunato, raramente un evento può ripetersi indefinitamente nel tempo sovertendo le leggi della probabilità. In altre parole, se si fa tendere il numero delle prove ad infinito, il valore della frequenza (in assenza di alterazioni del fenomeno o di sistematicità) tende a coincidere con quello della probabilità.

Pertanto, il valore della frequenza può essere semplicemente valutato sulla base della relazione

$$F_k = \frac{m_k}{n} \quad (a1)$$

dove m_k è il numero di ripetizioni che cade nel k -esimo intervallo, compreso tra x_k e $x_{k+1}=x_k+\Delta x$, appartenente al campione di n misure. Di contro, la probabilità può essere definita algebricamente come:

$$P_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m_k}{n} \quad (a2)$$

Più complesso è il calcolo della probabilità di eventi che presentano ripetizioni o combinazioni di due eventi, quale ad esempio la probabilità di estrarre due numeri assegnati (ambo) al gioco del lotto oppure la probabilità di fare somma dodici lanciando due dadi ($1/36=1/6*1/6$).

Nel caso di distribuzioni continue è possibile definire la densità di frequenza, f_k , come il rapporto

$$f_k = \frac{1}{\Delta x} \frac{m_k}{n} \quad (a3)$$

Analogamente la densità di probabilità, $p(x)$, può essere definita come

$$p(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0, n \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta x} \frac{m_k}{n} \quad (a4)$$

A.2 Media, varianza e scarto tipo

Se l'evento \mathbf{x} appartiene ad un insieme *stocastico stazionario* (cioè, se ciascun campione appartenente alla stessa popolazione al crescere degli elementi in esso contenuti tende allo stesso valor medio), sono definibili degli stimatori di tendenza centrale quali ad esempio la *media* μ (coincidente col valore atteso $E(x)$ della variabile x).

Per una variabile casuale continua la *media* μ è pari a:

$$\mu = E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx \quad (a5)$$

mentre per una variabile discreta:

$$\mu = E(x) = \sum_{i=1}^N (P_i \cdot x_i) \quad (a6)$$

dove $p(x)$ e P_i sono rispettivamente il valore della distribuzione (densità) di probabilità e della probabilità relativi all'evento x o x_i . Nel caso di N eventi equiprobabili il valore medio può essere valutato più semplicemente mediante la media aritmetica:

$$\mu = E(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (a7)$$

Per l'insieme sopra descritto, la *varianza* coincide con il valore atteso $E([x-\mu]^2)$ della variabile $(x - \mu)^2$ e, per una variabile casuale continua essa risulta pari a:

$$\sigma^2 = E([x-\mu]^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x)(x-\mu)^2 dx \quad (a8)$$

mentre per una variabile discreta la varianza risulta pari a:

$$\sigma^2 = E([x - \mu]^2) = \sum_{i=1}^N p_i \cdot (x_i - \mu)^2 \quad (a9)$$

La radice quadrata della varianza è lo *scarto tipo* σ (o scarto quadratico medio) che nel caso di N eventi equiprobabili può essere anche calcolato mediante la relazione semplificata:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2} \quad (a10)$$

avendo indicato con ε lo scarto dal valore medio.

Una variabile casuale z può derivare dalla composizione di più variabili casuali. Ad esempio:

$$z = ax + by \quad (a11)$$

Se x e y non sono correlate tra loro, ovverosia:

$$E(x \cdot y) = E(x) \cdot E(y) \quad (a12)$$

si ha:

$$\sigma_z^2 = a^2 \sigma_x^2 + b^2 \sigma_y^2. \quad (a13)$$

Se, invece, vi è correlazione, ovverosia:

$$E(x \cdot y) \neq E(x) \cdot E(y) \quad (a14)$$

si avrà:

$$\sigma_z^2 = a^2 \sigma_x^2 + b^2 \sigma_y^2 + 2ab \sigma_{x,y} \quad (a15)$$

dove $\sigma_{x,y}$ è la *covarianza* delle due variabili, definita come:

$$\sigma_{xy} = E[(x - \mu_x)(y - \mu_y)]$$

Un esempio di variabili aleatorie correlate sono l'altezza e il peso di una popolazione di individui.

A.3 Campionamento ed inferenza

In precedenza, si è considerata una variabile x come un'entità astratta le cui caratteristiche dipendono esclusivamente da leggi matematiche di tipo probabilistico. Una teoria siffatta, sebbene basata su ipotesi verosimili, non può descrivere in modo esatto gli eventi reali che seguono inevitabilmente la legge empirica del caso. Infatti, sebbene la probabilità di accadimento dell'evento "testa" nel lancio della monetina sia pari al 50%, non è raro osservare la ripetizione di tale evento per più volte consecutive. Allo stesso modo, sebbene la probabilità di accadimento di un evento x , appartenente ad una distribuzione normale, all'interno di un assegnato intervallo sia, dal punto di vista probabilistico, univocamente determinata, le osservazioni sperimentali sono sistematicamente difformi dalla frequenza attesa.

In altre parole, la legge probabilistica è una legge limite che non fornisce un'egualanza matematica, ma che trova conferma soltanto nella legge dei grandi numeri.

L'analisi statistica si basa dunque sui concetti definiti nella teoria della probabilità, ma attraverso un processo inverso di tipo induttivo che va dall'osservazione dei risultati alla legge matematica. Tale processo si basa sulla stima dei parametri, sull'individuazione della distribuzione di probabilità più idonea a rappresentare i risultati osservati sperimentalmente e sulla stima dei parametri statistici sin-

qui definiti. Tale processo è generalmente indicato come “inferenziale”.

Nella pratica si dispone di campioni contenenti un numero finito, n , di elementi e che, pertanto, approssimano il comportamento della popolazione. Infatti, non solo il numero di elementi che costituisce il campione è minore del numero di elementi costituenti la popolazione, ma i valori assunti dagli elementi costituenti il campione non coincide necessariamente con i possibili valori della popolazione.

D'altra parte, ricavare le caratteristiche della popolazione analizzando tutti gli elementi della popolazione risulterebbe oltre che oneroso, spesso impossibile come nel caso di popolazioni infinite, o talvolta improponibile come nel caso in cui la caratteristica in esame richieda prove distruttive.

Bisogna allora cercare di ottenere il massimo delle informazioni possibili dal minimo numero di casi osservati (i.e. numero di elementi del campione). Si dispone quindi di un insieme campionario limitato, sottoinsieme della popolazione in oggetto, la cui distribuzione si definisce “distribuzione campionaria”.

Naturalmente, affinché l'analisi statistica effettuata sia il più possibile affidabile è necessario osservare alcune regole fondamentali quali:

- il numero degli elementi costituenti il campione deve essere sufficientemente grande (in altre parole non è pensabile di fare statistica su 3-4 eventi in quanto la legge del caso può completamente oscurare le caratteristiche della popolazione);
- il campione deve essere collezionato in modo casuale (cioè, non è possibile fare test significativi di intelligenza media della popolazione infantile in asili per bambini precoci);
- gli elementi campionati devono appartenere alla medesima popolazione (quindi è necessario definire attentamente la popolazione che si vuole osservare ed evitare di collezionare anche singoli eventi che possono alterare significativamente le stime ottenute mediante campione).

In tabella A.I vengono riportate le relazioni di calcolo dei principali parametri statistici, sia relativamente alla popolazione, che rispetto al campione ottenuto sperimentalmente dalla stessa popolazione.

Tabella A.I – Parametri statistici di una distribuzione

Parametri	Popolazione	Campione
Media	$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) \cdot x dx$	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_k$
Varianza	$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x)(x - \mu)^2 dx$	$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_k - \bar{x})^2$

I gradi di libertà di un campione sono pari al numero degli elementi meno il numero dei parametri, p , che sono determinati dal campione e vengono presi in considerazione:

$$v = n - p \quad (\text{a16})$$

Ad esempio, nel calcolo della varianza del campione, dovendo introdurre il valor medio stimato (un parametro, $p=1$), $v=n-1$. Qualora si calcoli la varianza dei residui rispetto ad una retta interpolante (regressione lineare ai minimi quadrati), i parametri determinati sono i due coefficienti della retta e, pertanto, $v=n-2$.

A.4 Distribuzione di probabilità gaussiana

Quando una variabile x (ovvero una misura) assume soltanto un certo numero di valori distinti appartenenti ad un insieme di valori discreti e, assai spesso equispaziati, è possibile rappresentare il suo comportamento a partire da un campione di n misure tracciando l'istogramma delle frequenze, F_k , oppure l'istogramma della densità di frequenza f_k .

Nella Fig. A.1 è riportato un esempio di istogramma di densità di frequenza con valori di x_k equispaziati di Δx . Se n è grande (es. maggiore di 25/30), le densità di frequenza approssimano molto bene le probabilità dei singoli valori. Se l'insieme dei valori discreti è, come accade non di rado, una rappresentazione di un continuo di valori, ciascuna frequenza dell'istogramma approssima la probabilità che il valore cada tra x_k e $x_k + \Delta x = x_k + \Delta x$.

L'istogramma della Fig. A.1, simmetrico e “quasi gaussiano” è certamente un modello. Nella pratica si rilevano istogrammi asimmetrici e irregolari per un certo numero di ragioni: i) campione troppo piccolo, ii) variazione casuale di grandezze d'influenza, iii) polarizzazione dell'osservatore, iv) limiti imposti a priori alla variabilità dell'osservazione, etc.). Tuttavia, quando la variabile misurata è stimata mediante un campione sufficientemente ampio (dove essa può assumere un numero grandissimo di valori) e, infine, è ottenuta mediante la composizione o la media di un gran numero di componenti casuali, l'istogramma tende ad avere per inviluppo la curva continua riportata in figura.

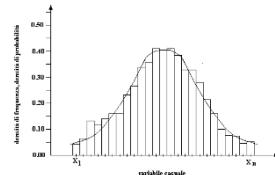


Fig A.1 – Iстограмма di frequenza

L'inviluppo è tanto più calzante quanto più piccolo è Δx , sì che la probabilità di un intervallo sotteso ad una barra dell'istogramma sarà con buona approssimazione:

$$P_k = p_n(x) \cdot \Delta x \quad (\text{a17})$$

dove

$$p_n(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{a18})$$

è la distribuzione di probabilità normale o gaussiana.

In altre parole, la distribuzione di probabilità della misura è, nella maggioranza dei casi, una distribuzione gaussiana. Tralasciando di dimostrare che σ e μ rappresentano ciò che già si è definito, si deve notare che $p(x)$ non è strettamente la probabilità associata ad un evento (e.g., valore misurato) bensì la densità di probabilità. Probabilità finite si ottengono per intervalli $[a,b]$ finiti, cioè:

$$P\{a < x < b\} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (a19)$$

La distribuzione normale (gaussiana) gode di alcune importanti proprietà:

- *autoriproduzione*, in quanto la risultante della composizione di più variabili aventi distribuzione normale presenta anch'essa una distribuzione normale;
- è *distribuzione limite*, perchè secondo il *teorema del limite centrale* data una popolazione di varianza non infinita, le medie di N elementi tratti dalla popolazione tendono ad assumere la distribuzione normale, indipendentemente dalla distribuzione della popolazione;
- è *modello per fenomeni* in fisica, chimica, biologia, sociologia, ecc. e soprattutto, come detto, per la distribuzione degli errori di misura.

A.5 Distribuzione gaussiana standardizzata

Per ovviare all'inconveniente di dovere di volta in volta rappresentare una curva parametrica dei valori σ e μ è possibile operare una standardizzazione della curva di Gauss attraverso la trasformazione della generica variabile indipendente x nella variabile z standardizzata definita come:

$$z = \frac{(x - \mu)}{\sigma} \quad (\text{a20})$$

per cui la funzione di distribuzione p_n diventa, più semplicemente:

$$p_{ns}(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad (\text{a21})$$

In questo modo ogni variabile gaussiana della generica grandezza x dà luogo alla medesima distribuzione standardizzata p_{ns} avente media pari a 0 (ponendo nell'equazione a20 $x=\mu$) e deviazione standard pari a 1.

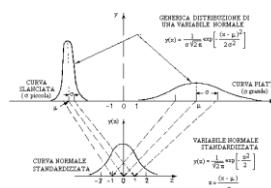


Fig. A.2 – Distribuzione gaussiana standardizzata

A.6 Distribuzione gaussiana cumulata e funzione di errore

Per quanto detto in precedenza le aree sottese alla curva di probabilità rappresentano la probabilità che l'evento casuale abbia un valore compreso tra gli estremi d'integrazione.

Pertanto, la probabilità che l'evento sia inferiore ad un assegnato valore x (e quindi al valore corrispondente di z) risulta pari a:

$$P_n(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (a22)$$

ovvero pari a:

$$P_{ns}(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (a23)$$

Tali funzioni di probabilità si definiscono rispettivamente come funzione di probabilità cumulata e funzione di probabilità cumulata standardizzata. In particolare, quest'ultima, analogamente alla funzione standardizzata p_{ns} , gode della proprietà di essere la medesima per qualunque distribuzione normale.

L'andamento delle funzioni standardizzate viene riportato nella figura A.3 e nella tabella A.II

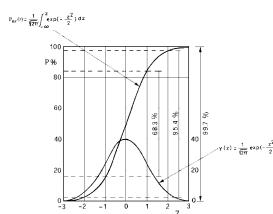


Fig. A.3 – Andamento della distribuzione normale cumulata

Tabella A.II - Distribuzione normale cumulata $P_{ns}(z)$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

Si noti che esistono differenti metodi di tabulazione della probabilità cumulata. Ad esempio, se si considerano intervalli simmetrici attorno al valore medio ($\mu-k\sigma < x < \mu+k\sigma$, ovvero $|x-\mu| < K\sigma$) si ottiene la tabella A.III della cosiddetta funzione di errore.

Tabella A.III – Funzione di errore

k	1	1.64	1.96	2.00	2.58	3.00	3.29
P	0.68	0.90	0.95	0.954	0.990	0.997	0.999

A.7 Distribuzione t di Student

Dato $t = (\bar{x} - \mu) / \sigma_{\bar{x}}$, ove \bar{x} è la media di n campioni statisticamente indipendenti di una popolazione, x , gaussiana di media μ e varianza σ^2 , la distribuzione di t è:

$$p_v(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi v} \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} (1 + t^2/v)^{-\frac{v+1}{2}} \quad (a24)$$

ove v è il numero di gradi di libertà e Γ è la funzione gamma di Eulero. Più che la funzione di distribuzione interessa in questo contesto l'uso di t per campioni poco numerosi.

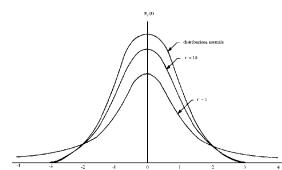


Fig. A.4 – Andamento della distribuzione t student

Tabella A.IV - Distribuzione t student cumulata $P_v(t)$

$v \setminus t$	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5
1	0.5000	0.6476	0.7500	0.8128	0.8524	0.8789	0.8976	0.9114	0.9220	0.9304
2	0.5000	0.6667	0.7887	0.8638	0.9082	0.9352	0.9523	0.9636	0.9714	0.9770
3	0.5000	0.6743	0.8045	0.8847	0.9303	0.9561	0.9712	0.9803	0.9860	0.9898
4	0.5000	0.6783	0.8130	0.8960	0.9419	0.9666	0.9800	0.9876	0.9919	0.9946
5	0.5000	0.6809	0.8184	0.9030	0.9490	0.9728	0.9850	0.9914	0.9948	0.9968
6	0.5000	0.6826	0.8220	0.9079	0.9538	0.9767	0.9880	0.9936	0.9964	0.9979
7	0.5000	0.6838	0.8247	0.9114	0.9572	0.9795	0.9900	0.9950	0.9974	0.9986
8	0.5000	0.6847	0.8267	0.9140	0.9597	0.9815	0.9915	0.9960	0.9980	0.9990
9	0.5000	0.6855	0.8283	0.9161	0.9617	0.9831	0.9925	0.9966	0.9984	0.9993
10	0.5000	0.6861	0.8296	0.9177	0.9633	0.9843	0.9933	0.9971	0.9987	0.9994
12	0.5000	0.6869	0.8315	0.9203	0.9657	0.9860	0.9945	0.9978	0.9991	0.9996
14	0.5000	0.6876	0.8329	0.9221	0.9674	0.9873	0.9952	0.9982	0.9993	0.9998
16	0.5000	0.6881	0.8339	0.9235	0.9686	0.9882	0.9958	0.9985	0.9995	0.9998
18	0.5000	0.6884	0.8347	0.9245	0.9696	0.9888	0.9962	0.9987	0.9996	0.9999
20	0.5000	0.6887	0.8354	0.9254	0.9704	0.9894	0.9965	0.9989	0.9996	0.9999
25	0.5000	0.6893	0.8366	0.9269	0.9718	0.9903	0.9970	0.9991	0.9998	0.9999
30	0.5000	0.6896	0.8373	0.9280	0.9727	0.9909	0.9973	0.9993	0.9998	1.0000
35	0.5000	0.6899	0.8379	0.9287	0.9733	0.9914	0.9975	0.9994	0.9998	1.0000
40	0.5000	0.6901	0.8383	0.9293	0.9738	0.9917	0.9977	0.9994	0.9999	1.0000
45	0.5000	0.6902	0.8387	0.9297	0.9742	0.9919	0.9978	0.9995	0.9999	1.0000

A.8 Distribuzione rettangolare e triangolare

Si possono considerare anche altre distribuzioni di probabilità, sebbene esse non abbiano un preciso fondamento statistico. Esse vengono frequentemente impiegate in stime "a priori" dell'incertezza di tipo B.

Ad esempio, nella distribuzione *rettangolare* tutti i valori all'interno di un intervallo $[a,b]$ sono equiprobabili e la probabilità al di fuori del predetto intervallo è ovunque zero. Si dimostra facilmente che:

$$|a-b| \cdot p = 1 \quad (\text{a25})$$

ove p è la densità di probabilità all'interno dell'intervallo,

$$\mu = \frac{a+b}{2} \quad (a26)$$

$$\sigma^2 = |a-b|^2 / 12 \quad (a27)$$

La distribuzione rettangolare non ha apprezzabili riscontri dal punto di vista sperimentale, ma può essere un valido ausilio in alcuni casi particolari (e.g., contributo di incertezza della risoluzione dello strumento, ipotesi di variabilità tra un massimo ed un minimo valore di misura per effetto di una grandezza di influenza, etc.).

La distribuzione *triangolare* generalmente è simmetrica attorno alla mediana. La densità di probabilità è finita entro l'intervallo $[a,b]$ e nulla al suo esterno. Valgono le seguenti relazioni:

$$|a-b| \cdot p_{\max} = 2 \quad (a28)$$

ove p_{\max} è la densità di probabilità di μ pari a $(a+b)/2$. La varianza è esattamente la metà di quella di una distribuzione rettangolare di pari ampiezza:

$$\sigma^2 = |a-b|^2 / 24 \quad (a29)$$

A.9 Distribuzione delle medie e delle varianze campionarie

Nel paragrafo precedente si è chiarita la circostanza che la stima dei parametri caratterizzanti una popolazione viene effettuata sulla base dell'analisi statistica di un campione.

Ciascuna stima può tra l'altro essere considerata come un evento aleatorio appartenente alla popolazione delle stime corrispondenti ai diversi campioni osservabili.

In tabella A.V sono quindi riportate le principali proprietà dei parametri della distribuzione campionaria estratta da una distribuzione normale di media μ e varianza σ^2 . In particolare, dalla tabella si evince che la media del campione può essere considerata come un evento aleatorio ancora di tipo normale, che ha come media la media della popolazione primitiva e come varianza la frazione ennesima della varianza della popolazione primitiva. Il teorema del limite centrale garantisce che tale condizione può ritenersi valida non solo nel caso di una distribuzione normale della variabile x , ma anche per distribuzioni non normali e per campioni sufficientemente numerosi.

Tabella A.V - Proprietà parametri della distribuzione campionaria

Variabile	Funzione di distribuzione	Media	Stima della media	Varianza	Stima della varianza
x	$p_n(x)$	μ	\bar{x}	σ^2	s^2
x	$p_n(x)^{(8)}$	μ	\bar{x}	$\frac{\sigma^2}{n}$	$\frac{s^2}{n}$
s^2	$\chi_{n-1}^2(s^2)$	σ^2	s^2	$\frac{2 \cdot \sigma^4}{(n-1)}$	$\frac{2 \cdot s^4}{(n-1)}$

L'affidabilità della stima della media di un campione può essere pertanto migliorata aumentando il numero di misure n costituenti il campione. Si noti però che la proporzionalità inversa di tipo quadratico rende praticamente inefficace un aumento del numero di misure oltre 20-25 valori. La figura A.V illustra graficamente le caratteristiche su citate.

(8) La funzione di distribuzione è, a rigore, una distribuzione t-Student, che può considerarsi normale solo per campioni sufficientemente numerosi.

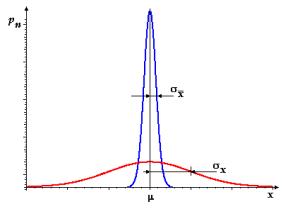


Fig. A.V – Distribuzione della media

Riferimenti normativi e legislativi

DL 273, 11 agosto 1991 – Istituzione del sistema Nazionale di Taratura

DM 591, 30 novembre 1933- Regolamento concernente la determinazione dei campioni nazionali di talune unità di misura del Sistema Internazionale

DPR n 802 , 12 agosto 1982 – Attuazione della Direttiva CEE n. 80/181 Relativa alle Unità di Misura

EA-4/02 – Evaluation of the Uncertainty of Measurement in Calibration, 2022

(<https://european-accreditation.org/publications/ea-4-02-m/>)

JCGM GUM-1:2023, Guide to the expression of uncertainty in measurement — Part 1: Introduction (2023)
<https://doi.org/10.59161/JCGMGUM-1-2023>

JCGM 200:2012, International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM)

[HTTPS://WWW.BIPM.ORG/DOCUMENTS/20126/2071204/JCGM_200_2012.PDF](https://www.bipm.org/documents/20126/2071204/JCGM_200_2012.PDF)

OIML D10 – Guidelines for the determination of recalibration intervals of measuring equipment, 2022

[HTTPS://WWW.OIML.ORG/EN/PUBLICATIONS/OTHER-LANGUAGE-TRANSLATIONS/SPANISH/D010-E22-ES.PDF](https://www.oiml.org/en/publications/other-language-translations/spanish/d010-e22-es.pdf)

UNI EN ISO 9001:2015, Sistemi di gestione per la qualità – Requisiti.

UNI EN ISO 10012:2004, Sistemi di gestione della misurazione - Requisiti per i processi e le apparecchiature di misurazione

UNI CEI EN ISO/IEC 17025:2018, Requisiti generali per la competenza dei laboratori di prova e taratura

UNI EN ISO 14253-1:2018, Specifiche geometriche dei prodotti (GPS) - Verifica mediante misurazione dei pezzi lavorati e delle apparecchiature per misura - Parte 1: Regole decisionali per verificare la conformità o non conformità rispetto a specifiche

The International System of Unit (SI) - BIPM - 9th ed., 2019
<file:///C:/Users/WORK/Downloads/SI-Brochure-9-EN.pdf>

Bibliografia

Arri, E., Sartori, S. – Le Misure di Grandezze Fisiche – Ed. Paravia, Torino, 1984.

Balsamo, A. – “Stima delle Incertezze di Ingresso di Categoria A e B” - Corso di formazione Abilitazione di Ispettore Metrico, Milano, 1999.

Barbato, G. – “Cenni di Statistica Sperimentale” - Corso di formazione Abilitazione di Ispettore Metrico, Milano, 1999.

Bich, W. – “I Passi Previsti per la Stima dell’Incertezza di Misura”, Corso di formazione Abilitazione di Ispettore Metrico, Milano, 1999.

Branca, F.P. – Misure Meccaniche - Ed. ESA, Roma, 1984

Cappa, P. – Sensori e Trasduttori per Misure Meccaniche e Termiche, 1990

Cascetta F., Vigo P. – Introduzione alla Metrologia – Liguori, Napoli, 1989.

Comini, G. – Fondamenti di Misure Meccaniche e Termiche – Ed. CLEUP, Padova, 1975

Crovini, L. – “Stima e formulazione dell’incertezza delle misurazioni” – Seminario di Metrologia – Cassino, 1995

Doebelin, E.O. – Measurement Systems – Ed. Mc Graw Hill – Singapore, 1990.

Gorini, I – “Caratteristiche metrologiche dei Sensori”, in Sensori per applicazioni Industriali, Ed. CSATA, Bari, 1987

Leschiutta, S., – Misure per le telecomunicazioni – Ed. Città Studi, 1997

Levi, R. – Elementi di Statistica Sperimentale – Monografia RTM n.34, Vico Canavese (To), 1972

Schultz, W., Sommer, K.D. – “Uncertainty of Measurement and Error Limits in legal Metrology” – OIML Bullettin XL (4), 1999

